

കുട്ടാകാരകൃത്രിയാ

(തത്വസംഗ്രഹം.)

[ഇക്കുട്ടിമാർക്കു കുന്നാക്കാഗക്കുടിക്കു മുമ്പാകെ.]



1123

മംഗളോദയം പ്രസ്സ്, കൂട്ടിലപ്പേരൂർ.

കുടാകാരക്രിയാ

(നവോത്ഥാനം.)



(ഇക്കവിതകൾ കോട്ടയം ജില്ലയിൽ പ്രസിദ്ധപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു.)



1123

മഹാജ്ഞാൻ പ്രസ്സ്, തൃശ്ശൂർ.



910 90 001 711

சுதந்திரத்திற்கு (அறிவுமையுடன்)

നിരവധി കളികൾ:

ബന്ധനത്തോടെ കട്ടാക്കർമാർക്ക് ഗണിതത്തിന്റെ പ്രിയമൊട്ടും പഠനാനിരൂപം ആകുമെന്നോടൊത്ത് ജാതിമതം വിഷയത്തെ കാട്ടുന്നു.

சாதுவந்தரால் ஆனந்த பீஷ்மீர் எழுப்பப்பட்டிருக்கிறது.

ശാസ്ത്രം വർദ്ധിക്കുന്നു എന്നും അതിനോടനുസരിച്ച് നമ്മുടെ മനസ്സും മാറുന്നു എന്ന് || 3

തദ്ദേശവും ഓ കിഴിഞ്ഞുതൽ കട്ടാകാക്കുന്ന ഗദ്യമന്ത ।

കൂട്ടാകാക്കിയവർ ഗുണമുള്ള രാജ്യങ്ങളും ഭരണത്തെ നന്നാക്കിയും വിചാരിച്ചു. രാജ്യത്തെ നവീകരണങ്ങൾക്കു ഗുണമുള്ള മിത്രം (ബ്രഹ്മ-കുടുംബവും സംരക്ഷിച്ചു) കട്ടകൾക്കും, ഇഷ്ടാർത്ഥത്തെ (ഭരണ-കുടുംബവും സംരക്ഷിച്ചു) കൂട്ടിക്കൊണ്ടു ചെല്ലാത്തതും നവീകരണങ്ങൾക്കു വേണ്ടി വേണ്ട ഇഷ്ടാർത്ഥമില്ലെന്നും, അങ്ങനെയുള്ള ഗുണകരമായ് എന്നും വെറിച്ചാൽ പാപം എന്ത് എന്നും അറിവുള്ളവർ ഉപദേശത്തെ നിശ്ചയകൂട്ടാകാക്കിയ എന്നു ചാർച്ച.

അദ്ധ്യയനാനുക്രമം: അദ്ധ്യയനാനുക്രമം:

கிடைக்கக்கூடிய முதலாவது நல்ல செய்தி இதுதான். || 2 ||

സംഗ്രഹത്തിന്റെയും സാമൂഹികവും പ്രാദേശികവും

അനാപചരണമനോരമഃ ദൃഢഃ ശുദ്ധിദ്യുതിശാലഃ || 8

സംഭവിക്കുമെങ്കിൽ, ഒട്ടകത്തെ ദേശം തുറച്ചുമാറാൻ സാധ്യമാണെന്നും ഹാക്കികത്തും തൊഴുത്തും ഹരണം ചെയ്യാൻ ഒട്ടകത്തെ ഹാക്കിത്തിന് അപവർണം എന്നുപേര്. ഒട്ടകത്തെ ദേശം എന്നു ചെയ്യാൻ ഒട്ടകത്തെ ഹാക്കികെന്നാണിത്. ഈ അപവർണനാസം മൂലകൊണ്ടു താഴ്വരയും ഹാക്കികത്തയും ഹരിച്ചാൽ ഹലാത്താകും. ഊർദ്ധ്വഹാക്കികത്തം അല്ലെങ്കിൽ ഊർദ്ധ്വതാജകത്തം എന്നു പേര്. ഈ അപവർണനകൊണ്ടുതന്നെ ദേശപത്തായാ ഉൾക്കിടേ

യോ ആവശ്യമുള്ളതിനേയും ഹരിഷേണം. ഇങ്ങനെ അവയർത്ഥം കൊണ്ടു ഷേഖരനേയും ശുദ്ധിയേയും മുടിഞ്ഞുകൊള്ളും ഹരിഷ വാൻ അമാവാസി ദിക്കിൽ കട്ടാകാശക്രിയചെയ്യാനും തരമില്ല. “യേന പ്ലീനേനാ ഭാജ്യഹാരേന ന തേന ഷേഖരൈശ്ചതദ്യുമുദിതി മേവ” എന്നു ലീലാവതിയിൽ പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. ഈ അവയർത്ഥത്തെ മൂലമിരിക്കുന്ന ഷേഖരശുദ്ധിപരം ധൃതഃഷേഖരശുദ്ധിപരം എന്നു പേർ. കട്ടാകാശക്രിയ ചെയ്യാനാകരുതല്ലോ ഈ ധൃതഃഷേഖരമിരിക്കുന്ന വസ്തുക്കളെ ഉപയോഗിക്കണം.

കട്ടാകാശക്രിയയെ ചെയ്യുന്നു.

(ക) അന്ത്യോന്ത്യഹാരണവും വല്ലഭനയനവും:

ഊഷ്മാവാൽപ്രകടമാകുന്നതൊരു ഹരേൽ പരം |
 തത്തപ്തേന്ദ്രേണ തുരയാപി തവല്ലം മിശ്രമാ ഹരേൽ || 4
 ഫലാഗ്രാധാധഃ കൃഷ്ണാ വല്ലീന്ദ്രാവണ നിഷിപേൽ |
 തത്തപ്തേന്ദ്രേണ സരോജേൽ പൂമക സർവ്വാനപി ക്രമാൽ || 5

ഊഷ്മാവിരിക്കുന്ന ഭാജ്യഹാരങ്ങളിൽവെച്ചു ചെറിയതിനെ കൊണ്ടു വലിയതിനെ ഹരിക്ക. ശേഷംകൊണ്ടു മുഖമിരിക്കുന്ന ഹരകത്തെ ഹരിക്ക. ഇതിന്റെ ശേഷംകൊണ്ടു ഇതിന്റെ ഹരകത്തെ ഹരിക്ക. ഇങ്ങനെശേഷം ചെയ്യാതെയാകും ക്രിയ ചെയ്യ. ഫലങ്ങളെ ക്രമേണ മേൽകീഴായി വല്ലീന്ദ്രാവണ വെക്ക. ശേഷങ്ങളേയും കട്ടയറയെ സൂക്ഷിക്കണം.

(ല) മതികല്പിതപ്രകാരം:

ഭാജ്യഹാരകരോമല്ലസ്യാല്പ്ലവ്വസ്മദാ നദാ |
 വല്ലീഫലാനാം യുക്തം തദോജ്ജ്വല വിചക്ഷതാൽ || 6
 ഭാജ്യശേഷേ തദാല്പതം മതിസ്തുത്ര പ്രകല്പതാം |

വല്ലീഫലങ്ങൾ യുക്തസംഖ്യങ്ങളായിരിക്കുമ്പോൾ ഭാജ്യഹാരങ്ങളിൽവെച്ചു കറഞ്ഞതിന്റെ ശേഷം കറഞ്ഞത്, ഏറിയതിന്റെ ശേഷം ഏറിയത്. ഭാജ്യസംഖ്യകളാകുമ്പോൾ വിചരിക്കണം. അന്ത്യോന്ത്യഹാരണത്തിൽ ഒട്ടകത്തെ ശേഷം എല്ലാത്തൊഴും അല്പശേഷം. അതിന്നു മുഖമിരിക്കെ ശേഷം മഹാശേഷം, ഒട്ടകത്തെ ശേഷത്തെ സിക്രികരിക്കത്തവയ്ക്കും അതിന്റെ ഭക്തിലുള്ള ഒരു ശേഷങ്ങളിൽ ചുവട്ടിലേയ്ക്ക് അല്പശേഷം, ഭക്തിലുള്ള മഹാശേഷം. ഇങ്ങനെ കണ്ടു

കൊറംക. വല്ലിഫലങ്ങൾ യഥസംഖ്യങ്ങളാകുമ്പോൾ ഭട്ടക്കത്തെ അല്പശേഷം അജ്ഞാതകങ്ങളിൽവെച്ചു കറഞ്ഞതിന്റേതായിരിക്കും. രാജപന്തികൾ വിപരീതവും. അജ്ഞാതം അല്പശേഷമാകുമ്പോൾ സാമാന്യന കതി കല്പിക്കപ്പെടുന്നു.

(ഗ) കതിയുടെ സ്വരൂപം:

യേനമരതോല്പദശേഷാതം ശുദ്ധ്യുനഃ കേവലയുക്തം വാ || 7
 മഹാശേഷേണ നിശ്ശേഷം ഹിതേതസു ഗുണാ കതിഃ |

അല്പശേഷത്തെ താമതാനുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച ശുദ്ധിയെ കളയുകയോ കേവലത്തെ കൂട്ടുകയോ ചെയ്തു മഹാശേഷംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ശേഷമില്ലാതെ വരുന്ന, അഗ്തണകാരത്തിന്നു കതി എന്നു പേർ. മഹാശേഷംകൊണ്ടു ഹരിച്ചു ഫലം കതിഫലം.

(ഘ) വല്ലുപസംഹാരം:

താം ഫലാനാമധോ നൃന്വ തദധൗ കതേ ഫലം || 8
 ഉപാന്തേന ഹതേ സോധാല്പ ഹിതപന്ത്യം മുഹൂന്യമാ |
 കത്വാലാശിഭപതം താപത് ഗുണാ ശാശിഭിജ്ഞാല്പഗഃ || 9
 അധോഗന്യ ഫലം ശാശിഭിഭ കാര്യധിഭേന്യമാ |

മുൻ ഉണ്ടാക്കിയിരിക്കുന്ന വല്ലിയുടെ താഴെ കതിയെ വെക്ക. കതിയുടെ താഴെ കതിഫലത്തെ വെക്ക. ഈ വല്ലിയുടെ ഭട്ടക്കത്തെ സംഖ്യയ്ക്ക് അന്ത്യമെന്നു പേർ. അതിന്റെ മുകളിലുള്ളതിന് ഉപാന്ത്യമെന്നു പേർ. അതിന്നും മുകളിലുള്ളതിന്നു സോധാല്പമെന്നു പേർ. സോധാല്പത്തെ ഉപാന്ത്യംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് അന്ത്യത്തെ കൂട്ടി സോധാല്പത്തിന്റെ നേരെ വെക്കുക. അന്ത്യം മേലാൽ ആവശ്യമില്ലാത്തതിനാൽ കളയുകയും ചെയ്യും. ഇപ്പോൾ മേലു പുതിയ വല്ലി ഉണ്ടായി. അതിൽ അന്ത്യം മുൻ ഉപാന്ത്യം. ഉപാന്ത്യം മുൻ ക്രിതംകൊണ്ടു ലഭിച്ച ഫലം. സോധാല്പം മുമ്പിലത്തെ വല്ലിയിൽ ഒടുവിൽനിന്നു നാലാമത്തെ ഫലം. ഇവിടെയും സോധാല്പത്തെ ഉപാന്ത്യംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് അന്ത്യം കൂട്ടുക. അന്ത്യം കളയുകയും ചെയ്യുക. ഇങ്ങനെ രണ്ടു ശാശിഭകളാവാലും ക്രിയ ചെയ്യുക. ഈ ക്രിയക്കു വല്ലുപസംഹാരമെന്നു പേർ. കട്ടാകാരത്തിൽ വരുന്നതിരിക്കുന്ന ഗുണകാരവും ഫലവും ഈ ശാശിഭകളാകുന്നു. അജ്ഞാതകങ്ങളിൽവെച്ചു ഹാതകമേറുന്നതെങ്കിൽ ഇവിടെ മേലേശാശി ഗുണകാരം, കീഴ്ശാശി ഫലം; അജ്ഞാതം

മേറ്റുന്നതെങ്കിൽ കീഴെമാശി ഗുണകാര്യം, മേലെമാശി ഫലം. ഇങ്ങനെ സാമാന്യനിയന്ത്രകട്ടാകാതെയി.

ക്രിയയിലെ ചില വിശേഷങ്ങൾ:—തക്ഷണം.

ത മൂവ കാലാഹാരാൽ തന്നെ ഗുണപരേ കപമിത് || 10

ശേഷാൽമേലേ ഹരണം തക്ഷണം ന ഫലായ തത് |

ഗുണലക്ഷ്യം പ്രാപ്തം ഗ്രാഹ്യം ധീരതാ തക്ഷണം ഫലം || 11

ഇഷ്ടാഹാരസ്വപനതക്ഷണാഭ്യന്തര ലക്ഷ്യഗുണോ തു വാ |

ചിലപ്പോൾ ഗുണകാരഫലങ്ങളെ തക്ഷിക്കേണ്ടിവരും, തക്ഷണം എന്നത് ഒരു ഹരണവിശേഷം. ഫലം ഉദ്ദിഷ്ടമായിരിക്കുമ്പോൾ ആ ഹരണത്തെ ഹരണമെന്ന പറയുന്നു. ശേഷംകാലം ഉദ്ദിഷ്ടമായിരിക്കുമ്പോൾ അതിന്നു തക്ഷണം എന്നു പറയുന്നു. തക്ഷണത്തിൽ തത് ശേഷങ്ങൾ അറ്റമെ ആവശ്യമുള്ളു. ഫലങ്ങൾ കട്ടയും, ഗുണകാരത്തിന്റെ തക്ഷണഹാരകം ഹാരകം; ഫലത്തിന്റെ തക്ഷണഹാരകം മായും. ഇവിടെ തക്ഷിക്കപ്രശ്നമുണ്ട് (അതായതു ഹരണശേഷങ്ങൾ) ഗുണകാരഫലങ്ങളാകുന്നു. ഫലത്തെ താടിവാനായിരിക്കാണ്ടു ഹാരകത്തെ ആവർത്തിച്ചു വാങ്ങുക ഹരിക്കയാകുന്നു. ശേഷത്തെ താടിവാനായിരിക്കാണ്ടു ഹാരകത്തെ ആവർത്തിച്ചു വാങ്ങുക തക്ഷണമാകുന്നു. ഗുണകാരഫലങ്ങളെ തക്ഷിക്കുമ്പോൾ തന്റെ തന്റെ തക്ഷണമായ ഹാരകത്തെയോ മായുത്തെയോ ഗുണകാരത്തിൽനിന്നോ ഫലത്തിൽനിന്നോ എത്ര ആവർത്തിച്ചു വാങ്ങി, ഫലത്തിനെന്നോ ഗുണകാരത്തിനെന്നോ സ്വസ്വതക്ഷണമായ മായുത്തെയോ ഹാരകത്തെയോ ആ ആവർത്തിച്ചു വാങ്ങണം. അയ്യത്തുംതന്നെ ഗുണകാരഫലങ്ങളിൽ തത്ത്വതത്ത്വമുണ്ട് തക്ഷണങ്ങളെ മരിച്ചുസംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു കൂട്ടിയായും ഗുണകാരഫലങ്ങൾ ലഭിക്കും.

തക്ഷണത്തിങ്കലെ വിശേഷത്തെ ചൊല്ലുന്നു:

തദാ പശ്യപസംഹാരം നൃപാദ്യദ്രാധികസംഖ്യതാ || 12

തദാ തത്സ്ഥാനഗൈശ്ചൈവ കർമ്മാദാ തക്ഷണം മൂഢ |

യാതൊരിക്കൽ പശ്യപസംഹാരത്തിന്നിടയിൽതന്നെ അതതു ശേഷങ്ങളാൽ രാശിക്ക് അധികസംഖ്യത ഉണ്ടാകുന്നു, അപ്പോൾ ആസ്ഥാനത്തിങ്കലെ ശേഷത്തെക്കൊണ്ടു രാശിയെ തക്ഷിക്കാം. എന്നാൽ കീഴെ സ്ഥാനത്തെ ശേഷത്തെക്കൊണ്ടു കീഴെ രാശിയെയും തക്ഷിക്കണം.

മതികല്പനത്തിനകല വിശേഷം:

അമാശ്വ ഹാരശേഷ ചാതതി: കല്പത തത്ര തു || 13

ശുദ്ധിഷേഖവാ വിപദ്യസു: കല്പതിഭക്താകതവൽ ക്രിയാ |

ഓജ്യാശേഷം കറയുമ്പോൾ മതികല്പിക്കുവാനാണല്ലോ സാമാന്യ വിധിയിൽ പറഞ്ഞത്. ഹാരശേഷം കറയുമ്പോൾ മതികല്പിക്കുന്ന എന്നിരിക്കിൽ ശുദ്ധിഷേഖയെ പകർന്നു കല്പിച്ചു മുമ്പിലെപ്പോലെ ക്രിയചെയ്താൽ മതിയാകും. ശുദ്ധി ഉദ്ദിഷ്ടമാനതെങ്കിൽ അതിനെ ശേഷം എന്നു കല്പിക്കണം. ശേഷം ഉദ്ദിഷ്ടമാനതെങ്കിൽ ശുദ്ധി എന്നു കല്പിക്കണം.

യദാ പുനരാരാജ്യശേഷഃശരധിഭക് മതി: || 14

കല്പതേത്ര മതിസ്തപന്ത സ്ഥാപ്യാപാദന്തു ച തൽഫലം |

ചെറിയശേഷം ഓജ്യാശേഷം വലിയ ശേഷം ഹാരകരോയും മതി വരുത്തുവാനാണല്ലോ മുമ്പിൽ പറഞ്ഞിട്ടുള്ളത്. എന്നാൽ യാതൊരിക്കൽ വലിയ ശേഷത്തെ ഓജ്യാമാക്കിയും ചെറിയ ശേഷത്തെ ഹാരകരോക്കിയും മതികല്പിക്കപ്പെടുക. അവിടെ വല്ലിയിങ്കൽ അന്ത്യമായിട്ടു മതിയെ വെക്കുക, ഉപാന്ത്യമായിട്ടു മതിഫലത്തെയും വെക്കുക. ശേഷം ക്രിയ മുമ്പിലെപ്പോലെ. ഇവിടെ വലിയ ശേഷം ഓജ്യാശേഷമാകണം. വലിയശേഷം ഹാരകശേഷമെങ്കിൽ ശുദ്ധിഷേഖയെ പകർന്നു കല്പിക്കണം.

മതികല്പനത്തിൽ പ്രകാരാനന്തരം:

മതരപ്രതിഭാസതു യാവദുപസ്യ ശേഷതാ || 15

ഓജ്യ വാ ഹാരകേ വാ സ്താത്യാവദേവ മിഥാ ഹരേൽ |

ഓജ്യ ചേച്ഛിത്യതേ രൂപം ശുദ്ധേസ്സപ്രാദതിതാ തദാ || 16

ഷേഖസ്യ മതിതാന്ത്രം ശൂന്യം മതിഫലം തയോ: |

ശുദ്ധിഷേഖവാ വിപദ്യസു: ദേവതാം തന്മി പൂർവ്വവൽ || 17

ലക്ഷ്ണേ ലക്ഷി ഗുണേ സ്വസ്വപതക്ഷണാ: ക്ലാധിതേ സ്വഭടേ |

കരാന്തരം അന്ത്യാന്യമെന്നും ചെറുതിന്റെശേഷം മതിഭക്തനിയില്ല എന്ന വരകിൽ ഓജ്യാതികലോ ഹാരകതികലോ രൂപം ശേഷിക്കുന്നതുവരെമരിക്കുക. ഓജ്യാതിൽ രൂപം ശേഷിക്കുന്നതെങ്കിൽ ശുദ്ധിതന്നെ മതിയാകുന്നത്. ഹാരകത്തിലെങ്കിൽ ശേഷം തന്നെ. മരണമുള്ളതും മതിഫലം ശൂന്യം. ഇപ്രകാരം വല്ലി ഉണ്ടാക്കി മുമ്പോ

പ്രിയപ്പെട്ടവർക്കായി ഗുണകാരഫലങ്ങൾ ലഭിക്കും. എന്നാൽ ഭാജ്യത്തിൽ
 രൂപം ശേഖിച്ചിരിക്കുമ്പോൾ 'ക്ഷേപം ഉദ്ദിഷ്ടമായിരിക്കുന്നതെന്നോ,
 ഹാരകത്തിൽ രൂപം ശേഖിച്ചിരിക്കുമ്പോൾ ശുദ്ധി ഉദ്ദിഷ്ടമായിരിക്കു
 ന്നതെന്നോ വരും വിഷയത്തിൽ ചെടയുടെ ഉപായത്തെ പറയുന്നു.
 ഇവിടെ ശുദ്ധിക്ഷേപങ്ങളെ പകർന്നു കല്പിച്ചു ഗുണകാരഫലങ്ങളെ
 ഉണ്ടാക്കും. ഈ ഗുണകാരഫലങ്ങളെ തന്റെ തന്റെ തക്കങ്ങളാക്കി
 ന്നു വാങ്ങി ശേഖിച്ചുവ സ്വദത്തമായിരിക്കുന്ന ഗുണകാരഫലങ്ങളായിട്ടു
 വരും. ഹാരകശേഖനം കരയുമ്പോൾ ഉതി കല്പിച്ചവയിൽ ശുദ്ധിക്ഷേ
 പങ്ങളെ പകർന്നു കല്പിക്കണമെന്നു മുമ്പിൽ പറഞ്ഞുവല്ലോ. ശുദ്ധി
 ക്ഷേപങ്ങളെ പകർന്നു തന്നെ ക്രിയ ചെയ്യുമ്പോൾ ഗുണകാരഫല
 ങ്ങളെ തന്റെ തന്റെ തക്കങ്ങളായിത്തീർന്നു വാങ്ങി ശേഖിച്ചവയും
 സ്വദഗുണകാരഫലങ്ങളായിട്ടു വരമെന്നു് ഈ ന്യായംകൊണ്ടു വന്നു.

ഗുണകാരഫലങ്ങളെ അറിവാൻ പ്രകാരം:

രൂപം ക്ഷേപമഥവാ ശുദ്ധിയോ ഗുണസ്വീയേ പ്രസാധിതേ || 18
 ഇഷ്ടമല്ല നേ ക്രമാൽ സ്വാതന്ത്രിയുഷ്ടമവിശുദ്ധിഭവേ |

രൂപത്തെ ക്ഷേപമെന്നോ ശുദ്ധിയെന്നോ കല്പിച്ചു മുമ്പിലെ
 ചോദ്യത്തെ ക്രിയചെയ്തു ഗുണകാരഫലങ്ങളെ ഉണ്ടാക്കി അവനോ ഇഷ്ട
 സംശ്യാകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ ക്രമത്താലെ ഇഷ്ടസംശ്യാ ക്ഷേപമോ ശു
 ധിയോ ആയിട്ടുള്ള ഗുണകാരഫലങ്ങൾ ഉദ്ഭവിക്കും.

അനന്തരം രാശിശേഖാദികൾ ക്ഷേപശുദ്ധികളാകുമ്പോഴു
 ള്ള ക്രിയവിശേഷത്തെ പറയുന്നു.

രാശിരാഗകലാഭീന്ദ്രം ശേഖേ ദൃഷ്ടേ യഥായഥം || 19
 ചോദനാഭിഹാരോ ഭാജ്യോ ഗ്രാഹ്യഃ ശുദ്ധോ വ്യവർത്ഥഃ |

മദ്ധ്യമങ്ങൾ രാശ്യാഭിശേഖങ്ങളാകുന്നു. രാശിശേഖം ക്ഷേപര
 യോ ശുദ്ധിയായോ കാണപ്പെടുമ്പോൾ ഭാജ്യത്തെ പന്ത്രണ്ടിൽ ഗു
 ണിച്ചതു ഭാജ്യമായി കല്പിക്കണം. അപ്പുറം രാഗശേഖമെങ്കിൽ
 ഭാജ്യത്തെ മുൻപാറി അറുപതിൽ ഗുണിക്കണം. കലാശേഖമാണെ
 ങ്കിൽ ഭാജ്യത്തെ ഇരുപത്തൊമ്പതിൽ അറുപതിൽ ഗുണിക്കണം.
 ഇപ്പുറം വികലാഭി ശേഖങ്ങൾക്കും ഉപരിച്ചുകൊള്ളണം. മറ്റു ക്രി
 യകൾ മുമ്പിലെ ചോദ്യം

നിമഗ്നകൃതകാരക്രിയയുടെ വിശദീകരണത്തിനായിരിക്കൊണ്ടു്
 ഒരു ഉദാഹരണത്തെ കൊല്ലുന്നു.

ഈ ഗുണസ്തൃതഗണനാഃ ലക്ഷണപാശിമിത്താഃ ||

20

ഹിനാ വാ ഭൂമിഭവനക്ഷരാ നിശ്ശ്ലേഷാസ്തം ഗുണം വാ |

ജ്യോതിഷന്റെ ഗണങ്ങളെ യാതൊന്നുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ഇരുപത്തിരണ്ടിനോടൊന്നു കൂട്ടുകയാൽ കളയുകയാൽ ചെയ്ത ഭൂമിനങ്ങളെക്കൊണ്ടു ഹരിപ്പാൽ ശേഷമില്ലാതെ മുടിയും, അങ്ങനെയുള്ള ഗുണകാരത്തെ ചൊല്ലുക.

$$\left. \begin{array}{l} \text{കേന്ദ്രം} = \text{ജ്യോതിഷഗണം} = 132000 \\ \text{യാകം} = \text{ഭൂമിനം} = 1577917500 \\ \text{ക്ഷേപം} = \text{അല്ലങ്കിൽ കൂടി} = 22500 \\ \text{അപവർത്തനയാകം} = 7500 \\ \text{അപ്പോൾ ഭൂമിയാകം} = 576 \\ \text{ഭൂമിയാകം} = 210359 \\ \text{ഭൂമിയാകം വാ അല്ലങ്കിൽ ഭൂമിയാകം} = 8 \end{array} \right\}$$

ഭൂമിയാകംയാകംയാകം അകൃത്യംയാകംയാകം, യാകം,

യാകംയാകം 865,3,1,6,4,4

യാകംയാകം 149,129,20,9,2,1

I. ഇവിടെ യാകം യാകംയാകംയാകംയാകം, യാകംയാകം 8.

ജ്യോതിഷ നാലു ധർമ്മങ്ങളെ വ്യതിരിക്തമാക്കുന്ന യാകം,

യഥാർത്ഥയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകം

അപ്പോൾ യാകംയാകംയാകം 9; യാകംയാകംയാകം 21.

$$\frac{9 \times 13 + 3}{20} = 6; \text{ അപ്പോൾ യാകം} = 13; \text{ കലിയാകം} = 6.$$

ജ്യോതിഷ ധർമ്മങ്ങളെ രേഖാ വ്യതിരിക്തമാക്കുന്ന 13 യാകം, അവിടെയു വ്യതിരിക്തമാക്കുന്ന യാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകം

$$\left. \begin{array}{l} 865...136972 \\ 8...876 \\ 1...97 \\ 8...84 \\ 18 \\ 6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ഈ വ്യതിരിക്തമാക്കുന്ന നാലു രേഖാ, 13 യാകം} \\ \text{യാകം, ഇവിടെയു വ്യതിരിക്തമാക്കുന്ന യാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകം} \\ \text{യാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകം} \\ \text{6} \times 13 + 3 = 81 \text{ എന്ന്, അവിടെയു വ്യതിരിക്തമാക്കുന്ന യാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകം} \\ \text{യാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകം} \\ \text{കിഴി വ്യതിരിക്തമാക്കുന്ന യാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകം} \end{array}$$

ഈ 18 യാകം, 84 യാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകം

$$1 \times 84 + 13 = 97; \text{ അപ്പോൾ യാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകം}$$

$$8 \times 97 + 84 = 876; \text{ അപ്പോൾ യാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകം}$$

$$865 \times 876 + 97 = 136972; \text{ 97നെ കളയുന്നു.}$$

ഇങ്ങനെ മുറുപ്പിൻ 136972 എന്ന് കിട്ടെ 876 എന്ന് കിട്ടുന്നു.

ഇവിടെ യാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകംയാകം

$$\text{യാകംയാകം} = 136972$$

$$\text{യാകം} = 876$$

$$\left[\frac{576 \times 188972 + 3}{210389} = \frac{76896875}{210389} = 375. \text{ ശതകീഴ്.} \right]$$

വിഭാഗം 3-നെ ശൂന്യം എന്നു കല്പിക്ക.

$$\left. \begin{array}{l} 965...78417 \\ 8...201 \\ 1...52 \\ 6...45 \\ 7 \\ 8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ഇവിടെ } \frac{2 \times 7 - 3}{20} = 3. \\ \text{അപ്പോൾ കവി.} = 7; \text{ കവി.വശം} = 8. \\ 45 = 6 \times 7 + 3. \\ 52 = 1 \times 45 + 7. \\ 201 = 8 \times 52 + 45 \end{array}$$

$$78417 = 965 \times 201 + 52.$$

$$\text{ശതകം} = 78417; \text{ ഹരം} = 201$$

$$\left[\frac{78417 \times 576 - 3}{210389} = \frac{42265189}{210389} = 201. \text{ ശതകീഴ്.} \right]$$

11. “അഥവാദ്യ ഹാരകശേഷ മേൽ.....” ഹാരകം ഭാജ്യത്തെ ശുദ്ധം ഏറ്റന്നു. വല്പീഹരങ്ങൾ ഭാജ്യസമ്യുക്തം. അപ്പോൾ ഹാരകശേഷം അല്പശേഷമായിരിക്കും. ഇവിടെ രേഖാപശുദ്ധീകരണ വകുപ്പ് കല്പിക്കണം.

ശേഷം = 8. ഇവിടെ ശൂന്യം എന്നു കല്പിക്കണം.

$$\left. \begin{array}{l} 865...188972 \\ 8...876 \\ 1...97 \\ 6...84 \\ 2...18 \\ 6 \\ 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ഇവിടെ അല്പമാക്കട്ടെ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇവിടെ അല്പം} = 2; \text{ ഹാരം} = 9. \\ \frac{2 \times 9 - 3}{9} = 1. \\ \text{കവി} = 6; \text{ കവി.വശം} = 1. \\ \text{ശതകം} = 188972 \text{ (ഹാരകം എന്നുവരുകയാൽ)} \\ \text{ഹരം} = 876. \text{ (ഭാജ്യമാക്കുകയാൽ)} \end{array}$$

ശൂന്യം = 8. ഇവിടെ രേഖാപരണ കല്പിക്കുക.

$$\left. \begin{array}{l} 865...78417 \\ 8...201 \\ 1...52 \\ 6...45 \\ 2...7 \\ 8 \\ 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{2 \times 3 + 3}{9} = 1. \\ \text{അല്പം} = 3; \text{ കവി.വശം} = 1. \\ \text{ശതകം} = 78417 \\ \text{ഹരം} = 201 \text{ (ഭാജ്യമാക്കുകയാൽ)} \end{array}$$

III. ഭാജ്യം ഹാരകത്തെക്കാലുള്ളതും ഇവിടെ 210389-നെ ഭാജ്യമെന്നും 576-നെ ഹാരകമെന്നും കല്പിക്ക. അപ്പോൾ ഫലങ്ങളും

$$\begin{array}{r}
 885. \quad 186972 \\
 8. \quad 875 \\
 1. \quad 97 \\
 6. \quad 84 \\
 2 \dots 18 \\
 6 \\
 1
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 \text{ഇവിടെ വലിയിൽ ഒഴുവിനെക്കുറിച്ചു 2} \\
 \text{അറ്റംഗങ്ങൾ 9 അറ്റംഗങ്ങൾകൊണ്ട്} \\
 \text{അളക്കുക. 2 അറ്റംഗങ്ങൾ.} \\
 1 \times 9 + 2 = 11 \\
 2 \\
 \text{മതി = 1, മതിപറമ്പ = 6.} \\
 \text{ഗുണകം = 186972, ഹരം = 875.}
 \end{array}
 \right.$$

ഒരു അറ്റംഗം 9 അറ്റംഗങ്ങൾ കീഴെ.

$$\begin{array}{r}
 885. \quad 78417 \\
 8. \quad 201 \\
 1. \quad 82 \\
 6. \quad 45 \\
 7 \\
 8
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 \text{ഇവിടെ അറ്റംഗങ്ങൾ അറ്റംഗങ്ങൾകൊണ്ട്} \\
 20 \times 3 + 8 = 7 \\
 9 \\
 \text{മതി = 3, മതിപറമ്പ = 7} \\
 \text{ഗുണകം = 78417, ഹരം = 201}
 \end{array}
 \right.$$

ഇവിടെ സ്വയംകൊണ്ടു 210889 മതി 78417 നെ വായിക്കുക. 777 ഗുണകംകൊണ്ട് 186972 നെ. സ്വയംകൊണ്ടു 875 മതി 201 നെ വായിക്കുക. 777 ഗുണകംകൊണ്ട് 875 കീഴെ.

അതുകൊണ്ട്, മതിപറമ്പ് 3 നെ വായിക്കുക. ഇവിടെ 875 കീഴെ.

$$\begin{array}{r}
 885. \quad 186972 \\
 8. \quad 875 \\
 1. \quad 97 \\
 6. \quad 84 \\
 18 \\
 6
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 20 \times 8 = 160 \\
 9 \\
 \text{മതി = 6, മതിപറമ്പ = 18} \\
 \text{ഗുണകം = 186972} \\
 \text{ഹരം = 875}
 \end{array}
 \right.$$

V മതംകൊണ്ടുവരുന്നതു . . .

875 ഗുണകംകൊണ്ട് 210889, 875 ഗുണകംകൊണ്ട് 210889, 875 ഗുണകംകൊണ്ട് 210889

മതിപറമ്പ് 3 നെ വായിക്കുക. ഇവിടെ 875 കീഴെ.

$$\begin{array}{r}
 210889 \dots 885 \dots 288806 \\
 875 \dots 8 \dots 777 \\
 140 \dots 1 \dots 201 \\
 129 \dots 6 \dots 174 \\
 20 \dots 2 \dots 37 \\
 9 \dots 4 \dots 19 \\
 2 \dots 8 \\
 1 \dots 0
 \end{array}$$

ഇവിടെ സ്വയം അറ്റംഗങ്ങൾകൊണ്ട് 777 ഗുണകംകൊണ്ട്. 875 ഗുണകംകൊണ്ട് 210889, 875 ഗുണകംകൊണ്ട് 210889, 875 ഗുണകംകൊണ്ട് 210889

$$\left[\frac{288806 \times 875 - 3}{210889} = 777 \text{ മതിപറമ്പ്} \right]$$

ഇവിടെ 28 ക്കു 3 ന്റെ 7 ആവൃത്തി ആകട്ടെ കളത്തിന്റെ ആകെകൂട്ടം 48 ക്കു 7 ആവൃത്തി ആകട്ടെ കളയാവൂ. അങ്ങനെ ചെയ്താൽ ഫലം=11, ഗുണകം=28 ആകട്ടെ കിട്ടും.

$$\frac{5 \times 3 + 28}{28} = 11. \text{ പ്രകാരം കളിക്കാൻ.}$$

VII. വെച്ചുവെക്കുന്നതിനിടയിൽ കരണ നഷ്ടഭനം ചെയ്യും.

“അല്ലെങ്കിൽ വെച്ചുവെക്കും ... ”

$$80000 = 578. \text{ 80000 ക്കു } = 210888, \text{ 80000 ക്കു } = 5$$

അങ്ങനെ 80000 ക്കു കളിക്കാൻ

210888	..	866	..	78117
578	..	8	..	201
148	..	1	..	52
129	..	6	..	45
20	..	2	..	37
6	..	4	..	32
2	..	8	..	
1	..	0	..	

ഇവിടെ 37, 12 എന്ന രണ്ടിടകൾ കളയാൻ കഴിയാത്തതുകൊണ്ട് 20, 9 ഇട രണ്ടിടകളായാ കളയാം. 27 ന്റെയും 12 ന്റെയും 20 ന്റെയും മുകളിലും കളയാനാകാത്തതുകൊണ്ട് 7, 8 ഇടകൾ വളിയിൽ കളയാനാകാത്തതുകൊണ്ട് വെച്ചുവെക്കാനാകാത്തതുകൊണ്ട് 80000 ക്കു കളിക്കാൻ കഴിയാത്തതുകൊണ്ട്

866	..	78117
8	..	201
1	201	.. 82 (201 - 148)
6	174	.. 45 (174 - 129)
2	27	..
6	..	12
8	..	1
0	..	

201, 174 ഇട രണ്ടിടകൾ കളയാനാകാത്തതുകൊണ്ട് 148, 129 ഇടകൾകൊണ്ട് കളിക്കാൻ കഴിയാത്തതുകൊണ്ട് 82, 45 കളയാൻ കഴിയാത്തതുകൊണ്ട്

$$\text{ഗുണകം} = 78117$$

$$\text{ഫലം} = 201$$

VIII. ഗുണകരണമുണ്ടാകുന്നതിൽ പ്രകാരം

“അല്ലെങ്കിൽ കളിക്കാൻ ... ”

866	..	116787
8	..	817
1	..	82
6	..	71
11	..	
5	..	

ഇവിടെ ഫലം 1 എന്ന കളി

$$11 \times 9 + 1 = 5. \text{ കളി} = 11, \text{ കളിക്കാൻ} = 5.$$

$$\text{ഗുണകം} = 116787, \text{ ഫലം} = 817$$

ഇതുകൊണ്ട് ഇഷ്ടപ്പെടുന്നതിനിടയിൽ 80000 ഗുണിക്കുന്നതുകൊണ്ട് ഗുണകം=847881, ഫലം=861
കളിക്കാൻ ഗുണകം=136979, ഫലം=875

865. 94602

3. 238

1. 67

6. 68

9

4

ഇവിടെ കൂടി=1

$9 \times 9 \quad 1=8$; തി: 9, കിടന്നം=4

20

ഗുണകാരം=94602, ഫലം=259

ഇവയെ കൂട്ടിയിട്ട് ഗുണിക്കുമ്പോൾ, ഗുണകാരം=288808,

ഫലം: 777 കിടന്നം=78417, ഫലം=391

“മുതൽപ്പതിപ്പോടെ.” എന്നും “രൂപം കേവലം വാ

“ എന്നുമുള്ള ഒരു നൂതനവ്യവസ്ഥാഗിദ്യം ഈ ക്രിയയെപ്പറ്റം. കേവലം വാക്കോടുകൂടി ഇതായത് രൂപമായിട്ട് തിരിയായ് കല്പിച്ചും ഇന്ത്യയെ തിരിയായ് കല്പിച്ചും ക്രിയയെ ഗുണകാരഫലങ്ങളെ ഉണ്ടാക്കു. ഉദാഹരണത്തിന്നു കേവലത്തിന്റെയും ക്രിയയുടെയും സംഖ്യകളുടെ ഗുണിച്ചു് ആവശ്യമെങ്കിൽ അതിൽ സ്വയം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഗുണകാരഫലങ്ങളെ ഉണ്ടാക്കും.

865 94602

3 238

1 67

6 68

9

4

1

0

ഈ രീതിയിൽ രൂപം കേവലമായി രൂപം കൂട്ടിക്കൊ.

94602 ന്നും 259 ന്നും 3 ഗുണിച്ചു കിടന്നം ഗുണ

കാരം=78417, 391 ന്നും കേവലമായിട്ടുള്ള

തുകയിൽ സ്വയം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഗുണകാരഫല

ത്തിൽ ഗുണകാരഫലമായ 186972, 875 ന്നും.

IX. “മാലിഗ്നതയുടെ.”

മാലിഗ്നതയുടെ കേവലഗുണകാരഫലം ഉള്ള വിശേഷത്തെ വർണ്ണന. മദ്യം അറിയാതെ വന്നാൽ ഇപ്പോഴുള്ളതായ നാട്ടുകാർ ഈ ക്രിയ കേവലത്തിന്റെ സ്വഭാവത്തു മാലിഗ്നതയുടെ കാര്യപ്പെടുത്തിൽ കേവലമായിട്ട് ഗുണിച്ചതിനെ ആശ്രയി കല്പിക്കണം. മാലിഗ്നതയുടെ കേവലം 360യും, ലിപ്പം ശേഷമുള്ളിൽ 21600യും ഗുണിച്ചു കേവലം. വികലാഭിശേഷങ്ങളിലും ഇവകാരം ഉണ്ടാകുന്നു. ഒരു അറിയാതെ വന്നാൽ 576കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 210889കൊണ്ടു ഹരിച്ചു വികലാഭിശേഷത്തിൽ അറിയാതെ ഉണ്ടാകുന്ന സ്വയം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന സ്വഭാവം വന്നാൽ സംഖ്യ വികലാഭിശേഷം തന്നെ അറിയാതെ കേവലം 1296000കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു കേവലം.

ഉദാഹരണം: വികലാഭിശേഷം 181244 - കൂടി.

ഗുണകാരം=576 \times 1296000=746496000

ഗുണകാരം=210889

അനുബന്ധവിവരങ്ങൾ വല്ലി:—

3548 218935491
5...60971
1 10383
6 8058
1 1327
4...1094
1 333
2 162
3 71
1 20
1 11
4...8
2...3
1
0

ഇവിടെ മുകളിൽ രൂപം രേഖീകരണ രൂപം കൂടിയാൽ, മെമ്പർമാർക്കുള്ള ഗുണകം = 60971

ഫലം 218985401

ഗുണകം \times കൂടി = 1106 627924

കൂടി \times ഫലം = 89209609780804

മെമ്പർമാർക്ക് ഗുണകം = 156088

ഫലം 858628804

ഈ ഗുണകത്തിൽനിന്ന് അമർത്തണവും ഓലത്തിൽനിന്നും മെമ്പർമാർ വരുമ. തക്കത്തക്കമെ ഏതെങ്കിലും ഒരു സംഖ്യയെക്കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ഈ ഗുണകഫലത്തിൽ കൂട്ടിയാലും ഗുണകഫലങ്ങൾ കിട്ടുമല്ലോ.

$8 \times 910889 + 156088 = 1589200$ (അനുബന്ധം) ഗുണകം

$8 \times 748496000 + 858628804 = 8528791804$ വികല

= 853000000 രൂപയിൽ 40 രൂപ, 44 പൈ.

ഫലം = 400 രൂപ - 40 രൂപ - 40 പൈ (നഷ്ടം) (നഷ്ടം)

വികല രൂപം 853

ഇതേ മെമ്പർമാർക്കുള്ള മെമ്പർമാർക്കുള്ള ഗുണകം പ്രകാരം

പ്രകാരം (വിലാസത്തിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന പ്രകാരം)

വികല രൂപം 181244 (കൂടി)

210889 നെയും 60 നെയും അനുബന്ധം വല്ലിയുണ്ടാക്കി, 181244 കൂടി എന്തും കല്പിച്ചു ഗുണകഫലത്തെ ഉണ്ടാക്കുക. ഇവിടെയുണ്ടായ ഗുണകം കലാശയമായിട്ടില്ല. ഫലം മെമ്പർമാർക്ക് വികലമായിട്ടില്ല. ഇങ്ങനെ മുകളിലുള്ള ഉറവിടം കല്പിക്കുക. മെമ്പർമാർക്കും കൂടികൾ.

(ക) വികല രൂപം = 181244

910889, 60 ഇവയെ അനുബന്ധം വല്ലിയുണ്ടാക്കി

3606 1843033872

3 6256078

14 2537416

181244

0

അനുബന്ധം ഗുണകം = 1843033872

ഫലം 5256078

മെമ്പർമാർക്ക് ഗുണകം = 58088

ഫലം 16

അനുബന്ധം രൂപം രേഖീകരണ രൂപം കൂടിയാൽ, മെമ്പർമാർക്ക് ഗുണകം = 1843033872

ഭിഷഗ്വരൻ കഴിയുന്നതൊന്നു മുമ്പിൽ പറഞ്ഞിട്ടുണ്ടല്ലോ. എന്നാൽ ഭാഷ്യത്തിന്റേയും ക്ഷേപയുദ്ധികളിലൊന്നിന്റേയും അപവാദത്തെക്കൊണ്ടു ഹരകകരനെ ശേഷിയാക്കു ഹരിക്കണമെന്നില്ല. അതുപോലെതന്നെ ഹരകകരന്റേയും ക്ഷേപയുദ്ധികളിലൊന്നിന്റേയും അപവാദത്തെക്കൊണ്ടു ഭാഷ്യത്തെ ശേഷിയാക്കു ഹരിക്കണമെന്നുമില്ല. ഈ വിഷയങ്ങളിൽ അപവാദത്തെ ചെല്ലാൻ ചില എളുപ്പവുമുണ്ട്. ഈ ക്രിയയെ ഭിഷഗ്വരനിൽ പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്.

ഭാഷ്യം 100; അരകം 63; ക്ഷേപം 90

(*) സക്ഷ്യക്രിയ:	1	63	100	3
അഭ്യുത്ഥാനം	2	26	87	1
	3	4	11	2
	1	3		

ഭക്ഷണങ്ങൾ മറ്റും സംയുക്തങ്ങൾ	അരകത്തിൽ ഉപര ശേഷിക്കുന്ന ഭാഷ്യം വേദപരമകാഷ്ഠ്
100... 1... 2430	ഗുണകാരം 1530
63... 1... 1330	ഫലം 2430
87... 1... 900	കർമ്മങ്ങൾ ഗുണകാരം 1680 = 24 x 63
96... 2... 630	= 18
11... 3... 270	ഫലം 2430 = 96 x 100
4... 1... 90	= 80.
3... 90	
1... 0	

(ബ) അഭ്യുത്ഥാനം 10, അപവാദിത്തം 6,

ഭാഷ്യം 10, അരകം 63, ക്ഷേപം 90.

വഴി	അരകത്തിൽ ഉപര ഗുണകാരം 171 കർമ്മങ്ങൾ ഗുണകാരം 171
6-171	അരകം 171 2 x 89 = 45 ഭാഷ്യത്തിൽ ഉപര ശേഷിച്ചുകാഷ്ഠ്
3-37	ഭിഷ്യ ഗുണകാരം 83 = 45 = 45
9	കർമ്മങ്ങൾ ഫലം 27 2 x 10 = 7
0	അഭ്യുത്ഥാനം ഭിഷ്യ ഫലം 10 x (10 - 7) = 80

സ്വയംഭാവം 8 നെ അപവാദിത്തം 10 ന് ഗുണിച്ചുകാഷ്ഠ് ഭിഷ്യ ഫലം

(ഗ) അരകത്തിന്റേയും ക്ഷേപത്തിന്റേയും അപവാദനം 6.

അപവാദിത്തം 10, ഭാഷ്യം 10, അരകം 7, ക്ഷേപം 10

വഴി	കർമ്മങ്ങൾ ഫലം 490 = 4 x 100 = 80
14... 430	ഗുണകാരം 80 = 4 x 7 = 2
3... 30	2. നെ അപവാദിത്തം കൊണ്ടു ഗുണിച്ചുകാഷ്ഠ്
10	ഭിഷ്യ ഗുണകാരം 2 x 9 = 18.
0	

(ഘ) നിൽ അരകത്തെ അപവാദിപ്പിച്ചിട്ടു അഭ്യുത്ഥാനം 100 x 18 + 80 = 80

കിട്ടുന്ന ഗുണകാരം സ്വയംഭാവം 100 x 18 + 80 = 80 ഇതിനെയും ഫലം വെക്കുന്നു.

പ്രകാരംനമഃ :

—അഥാശ്ച ചുനഃ || 24

പ്രകൃഷ്ടാഗ്രാഹനം ശുദ്ധം വ്യത്യമനുജാഭരകേ
അഥാഹിതോ ഗുണസ്തനാഗ്രഹാമഗ്രണിരസ്സു ഇ || 25

ഉന്നാഗ്രാഹന യതോ ച ഡിഗ്വദാഗ്രാ രാശിഭവേദിനഃ |

എന്നിങ്ങു അഗ്രാഹനത്തെ ശുദ്ധീകരണം അധികാഗ്രഹാത
രിതാ ഭാജകമെന്നും ഉന്നാഗ്രഹാതമെന്നു ഭാജ്യമെന്നും കല്പിച്ചു നിഗ്ര
കൃതകാരവിധിപ്രകാരം പരത്തിയ ഗുണകാരത്തെ ഉന്നാഗ്രഹാതം
കൊണ്ടു ഗുണിച്ചതുകൽ ഉന്നാഗ്രാകൃതിരൂപം അതതൊഴി ഉണ്ടാകു
സംഗ്രഹകാരത്തിന്റെ ഉപാഹാരം

അത്രാശ്ച ഭവേദാഭാജ്യ ശേഖരോ ന ചാതുധിഗവഃ || 26

ശിഖിനന്ദാപാശ്ചാഭാജ്യ ശേഖരോഽപ്യധിപധ്യാനാശ്ചമാ |

ഇവിടെ മേ അങ്കം = 11828

അങ്കം = 169

കരകാത അങ്കം = 16808

അങ്കം = 838

(ക) ഇവിടെ അധികാഗ്രഹാതാതിരിയെന്ന 16893-നെ ഭാജ്യമെന്നും ഉന്നാഗ്ര
ഹാതാകെന്ന 11828-നെ ചാഭകമെന്നും അഗ്രാഹാതാകെന്ന 169 (= 838 - 169) -നെ
ചാഭകമെന്നും കല്പിക്കുക

ഭാജ്യചാഭകമുടമ അപരമന്ദനം = 169

അപരമന്ദിത്താത്തം ഉപാധകം = $\frac{11828}{169} = 67$

ഗുണഭാജ്യം = $\frac{16893}{169} = 97$

ചാഭകമുപാ = $\frac{169}{169} = 1$

97-നെച്ച + 97 നേച്ച അന്യോന്യോകരണം ചാഭകമെന്നാകുന്ന വഴി—

1...42

2...29-കഗ്രാഹകം

3...18

3...കവി

1...കവിത്ത

അപ്പോൾ ഭക്തിപ്രഭാജ്യം = $16893 \times 29 + 838 = 475735$

$\left[\frac{475735}{16893}, \text{അങ്കം} = 838, \frac{475735}{11828}, \text{അങ്കം} = 169, \right.$

അഥവാ അഗ്രാജകരകളുടെ തുകയിൽ നിന്നും അതിപ്രാഗ്യാപനത്തെ തടയുകയും ഉപനാഗ്രാജകരായ ചാതുരകരും കളിയിൽ കൃത്യമായാണ് ഇണകൾ 42 എണ്ണം

$$\text{അയിടെ കളിച്ചുപോയത്} = 11828 \times 42 + 169 = 476785$$

സാഗ്രകട്ടാകാരത്തിന്റെ വിശദതയെ ചൊല്ലി ന.

മണ്ഡലാഭിഭാവം ശോഭിച്ചിട്ടുള്ളത്. ഗ്രാമഭാരതത്തിൽ || 37

അദ്വൈതം നിമഗ്നവ്യക്തിയാൽ ഗുണകാരകം പൂർണ്ണനായകത്വം

അവർഗ്ഗ കല്പനകളാൽ വിശദീകരിക്കാം സമാനതയ്ക്ക് || 38

സാധാരണയായ ഗുണസ്വരൂപം ഗ്രാമഭാരതത്തിൽ

ഒരു ഗ്രാമഭാരതത്തിൽ മണ്ഡലാഭിഭാവം, അതിശയോക്തികൾ മുതലായവയിൽ ഒരു ഗ്രാമഭാരതത്തിൽ നിമഗ്നകട്ടാകാരത്തിൽ വരുന്നതല്ല. ഈ ശോഭയെക്കൊണ്ട് ഒരു ഗുണകാരകത്വം വെളിച്ചം ഉണ്ടാക്കി. ഈ ഗുണകാരകത്വം അഗ്രാജകരും എന്ന കല്പിച്ചു മുൻപുള്ളവയിൽ വാങ്ങലുകൾ പ്രകാരമുള്ളതായിരുന്നു ഉണ്ടാക്കിയത്. അതു ഒരു ഗ്രാമഭാരതത്തിൽ സാധാരണയായിരുന്ന ഗുണകാരകത്വം.

ഈ ക്രിയകൾ ഉണ്ടാക്കണം.

ഗ്രിഫറോ ഗുണകാരകത്വം അഥവാ ചൈതന്യവിശേഷിത || 39

ഗ്രിഫറോഗ്രാഫോ അഥവാ ചൈതന്യവിശേഷിത || 40

ഒരു മണ്ഡലാഭിഭാവം അകമ്പടിയോ ചാതുര്യ വഹനം || 40

അയോജ്യാധാരണം പ്രകാരം ഗുണകാരകങ്ങളെ

സൂത്രം	ചതുരം
അകമ്പടിയോ 9852	അകമ്പടിയോ 16398
ഗുണകാരകം 27	ഗുണകാരകം 80
അയോജ്യാധാരണം 5	അയോജ്യാധാരണം 5
മൂല്യം 385 8.38	മൂല്യം 97...11721
8. 27	5...429
6. 27	9. 188
4. 27 (അകമ്പടിയോ)	6. 15
	8
	0

അതികാരമോ = 16398 (ചതുരം)

ഉപനാഗ്രാജകരും 9852 (ചതുരം)

അഗ്രാജകരും 11721 8086 = 8656 (ചതുരം)

അബ്രഹാമികരുടെയും അസ്രോസ്യാക്കളുടെയും വെളിച്ചം -

1	9862	16393	1	ശേഷം കാണാ	സംഗ്രഹങ്ങൾ	
1	3331	6531	1	16393	1	16032
2	131	3206	74	9862	1	9043
1	19	86	2	8531	1	5989
	?	10		2331	1	9054
				8200	+ 24	12636 12935
				131	2	+ 512 119
				86	.. 3.	11038 347
				19	+ 1..	3685 18
				3895		
				0		

ദ്രുപം ഹാമകശേഷമാകയാൽ 8556 ശേഷം തന്നെ ഇവിടെ വെളിച്ചസംഭാരത്തിനായിട്ടാൽ തമ്മടംകൊല്ല സംസ്കൃതമെ ചെറു താക്കിയിട്ടുണ്ട്

കാമ്യശൈലകുടുംബം ഗുണകാരം 3148
 ചിതൃശംഗ്രഹം = $16898 \times 9048 + 11721 = 149258820$
 ഇതിനെ 27-കൊണ്ടു മണിച്ചു 9052-കൊണ്ടു ഹരിതശംഗ്രഹം 8
 900-കൊണ്ടു മണിച്ചു 16898-കൊണ്ടു ഹരിതശംഗ്രഹം 8,

ഉപാധിരത്നാനന്തരം:

ദ്രുപേ ഗുണേ കമാകൃതാകൃതാ ഹാമകാ കർമ്മവസംഭവ || 81
 രാശിശേഷം കലസ്രാകാ ചിപ്താശേഷശ്ചനേനാഭാ 1
 അഥ അദ്യം ഗുണേ അതാതാ ഗ്നുഹി സാധാരണം ഗുണം 82

ഒന്നു ഗുണകാരകശേഷം കലമനന്താൽ താവചിതവ ഹാമക ശരം, അവയെ ഹാമകങ്ങളാക്കിപ്പോ ദ്രുപേണ ഗുണകാരാകിയും ക്രിയചെയ്താൽ ചെയ്ത അശേഷം 12, ശനിശ ചിപ്താശേഷം 20 അവകാരകൊണ്ടു ഗുണകാരങ്ങളാക്കി സംധാനനമായിരിക്കു ന്നു ഗുണകാരകത്തെ ചെയ്തുക.

ഇവിടെ ക്രിയ ഭവിലംകൊണ്ടുപാലതന്നെയാണെങ്കിലും കറച്ച വീശശേഷമുണ്ട് മുഹൂർത്തമാണെന്നതിൽ രണ്ടുലക്ഷണങ്ങൾ തന്നിൽ അന്നതുകൊണ്ടു ഗുണകാരങ്ങളെ തന്നെ ചെയ്തു ക്രിയ ചെയ്തും രാശി ശേഷമാകശേഷം 12 ന് ഗുണിച്ചു ഗുണകാരങ്ങളെകൊണ്ടും ചിപ്താ ശേഷമാണെങ്കിൽ 21600 ന് ഗുണിച്ചു ഗുണകാരംകൊണ്ടും ക്രിയ ചെയ്തെന്നതെന്നു വിശേഷമാകുന്നതു്

കുറവ്.
 ഹരകം = 657
 ഗുണകം = 1
 ഹരിശങ്കരം = 12

കുട്ടികാമരയിൽ,

ഹരകം = 657
 ഗുണം = $1 \times 12 = 12$
 ഹരിശങ്കരം = 12
 ഗുണകം = 657
 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 4
 ഗുണകം = 4 (ശൂന്യം)
 വഴി 57 228 (ഗുണകം)
 4
 0

കുട്ടികാമരയിൽ ഹരകം = 657 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 657 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228

ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228

ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228

ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228

ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228
 ഗുണകം = 228 ഗുണകം = 228

ஹாக்கிஸ்தான்-இருப்பது ஒரேயுரிசுதான் 4520 மக்கப்படுகிறது.

$$\therefore \text{സ്വതന്ത്രതയുടെ മൂല്യം} = 20 \times 10766 + 4750 = 220070.$$

இது காலமாகிறது. 1-ம் இலக்கு 687-ஊர்து அறிவு அளிக்கும் தகவல்களின் அறிக்கை 12, இலக்கு 1076-ஊர்து அறிவு அளிக்கும் தகவல்களின் அறிக்கை 20]

உறுதுவையுடையது. இதுபோன்றவற்றைத் தவிர்த்து, அந்த நேரத்தில்
தான் உறுதுவையுடையது உறுதுவையாகும்.

അവർഷം കഴിഞ്ഞു. മഴക്കാലം ആരംഭിച്ചു. മഴക്കാലം ആരംഭിച്ചു.

ചാലചക്രവാർത്തികൻ ഇവക സ്മരണയ്ക്കുവാനുണ്ടാകട്ടെ 88

കയ്യം മാറ്റി തുറന്നു വെച്ചുകൊണ്ട് ഉപയോഗിക്കുക.

ചിഹ്നാഭ്യം നമത ഇത്യം സംസ്കൃതാൽ സ്യഭൂതാസ്യ ച || 84

ജീവവർദ്ധകമെടുത്ത ഗോണാളിനങ്ങളെ അടയ്ക്കാതെ ജീവവർദ്ധകമാണ് എന്ന് തെളിയിക്കുകയും ചെയ്തു. ഇതിന്റെ ചുവട്ടിൽ രൂപമെന്തെങ്കിലും എന്തിന് വ്യത്യസ്തമാണ് എന്ന് തെളിയിക്കുകയും ചെയ്തു. ഗോണാളിന്റെ രാസരൂപം എന്തെങ്കിലും മാറ്റം സംഭവിക്കുന്നു എന്ന് തെളിയിക്കുകയും ചെയ്തു. ഈ ഗോണാളിന്റെ രാസരൂപം എന്തെങ്കിലും മാറ്റം സംഭവിക്കുന്നു എന്ന് തെളിയിക്കുകയും ചെയ്തു. ഈ ഗോണാളിന്റെ രാസരൂപം എന്തെങ്കിലും മാറ്റം സംഭവിക്കുന്നു എന്ന് തെളിയിക്കുകയും ചെയ്തു.

സംസ്കാരകൃതികൾ .

ഇന്ത്യയിലെ നിയമങ്ങൾ പ്രകാരമുള്ളതാണ്.

മിഥ്യം ഹരണമേവാത്മ ചക്രവിന്ദാഗുണം ശമലം || 65

തേനേച്ചുഴുപ്പിനാൽ ലബ്ധം ഫലം ലിപ്താദികം ഭൂതം ।

മഹാത്മയായ് മഹാമനാ പ്രശ്നാ കൃതിഭാഗം ചമദന്നം സ്ഥാപാ || 88

കട്ടാക്കാരകൊണ്ടു വരുത്തിയ ഹാക്കികത്താളം ഉപയോഗിക്കുന്നതും (അവചരണിക്കപ്പെട്ട ഭൂമിനും) അതിൽ ഗുണിച്ചിരുന്ന ചക്രിവിപ്ലവം (21800) കൊണ്ടു ഗുണിച്ചിരിക്കുന്ന ഏകാന്താധാരണശേഷം കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ഫലം സംസ്കാരഹാക്കികം. ഈ സംസ്കാരഹാക്കികത്താളംകൊണ്ടു പ്രഗണത്തെ ഹരിച്ച ഫലം (ഇവി) മേല്പ്രകാരത്തിൽ സംസ്കരിച്ചുകൊണ്ടും, ഏകാന്താധാരണത്തിങ്കലെ ഒട്ടകത്തെ ശേഷം ലഗണശേഷമെങ്കിൽ ധനകായിട്ടും ഭൂമിനശേഷമെങ്കിൽ ഭൂണകായിട്ടും സംസ്കരിച്ചുകൊണ്ടും.

ഈ സംസ്കാരകൊണ്ടും സ്വർണ്ണവലയത്തിൽ പിരിയസംസ്കാരമാകുകയുണ്ടാക്കി മരുതുകൊണ്ടും സംസ്കാരം ചെയ്യേണം. ഇതിൽ പ്രകാരം:

സംസ്കാരമാക്കുന്നതേ യദ്യുദ്ധസ്വന്ത സംഹാരേൽ |
സംസ്കാരമാക്കേച്ചുമാരദ്രവമാവേധം തതഃ || 87

അല്ലെങ്കിൽ സ പിതിയവധി പ്രോക്തഃ സംസ്കാരമാകേ
പുഷ്പവൽ സ്വപ്നതോന്നതേ ശേഷതപ്രാപ്തമാവ്യാഥാ || 88

സംസ്കാരമാകുകയും ഇച്ഛമാകുകയും ദ്രവമാകുകയും തുന്നിനേയും തമ്മിൽ ഇണിച്ച് മരുതെന്ന സംസ്കാരമാകുക വരുത്തുന്നതെന്ന ശേഷമാകാതെ ഹരിതം. അപ്പോഴുണ്ടാകുന്ന ഫലം പിരിയസംസ്കാരമാകും. ഇതിനെക്കൊണ്ടും മൃഗങ്ങളെ ഹരിച്ചഫലം (ഇലി) മരിച്ചവരുടെ സംസ്കരിക്കണം, സ്വർണ്ണവലയം കൊണ്ട് ഈ വറഞ്ഞ ശേഷം ഉറന്ന (ഹരിതവൽ ചോരാതെ വരുന്ന) ശേഷമാകുന്നതിൽ മുഖിലപ്രോക്ത സംസ്കാരത്തിന്റെ പ്രണയനന്തം; അധിക ശേഷമാകുകയിൽ വിവരിക്കും.

ഈ ക്രിയയുടെ ഉദാഹരണം:

സ്വർണ്ണവൽ ദ്രവമാകും = മിഥിയാ = 879

1 ദ്രവമാകും = മിഥിയാ = 210389

ഇതരത അസ്തവ്യമാണെന്നുകൊണ്ട് അത് ഫലമാകുമെന്നു ക്രിമി ചെയ്യാം.
വല്ലി 865... 9682 (ക്രിമിയാനം - ഇതരതം)

8. 27 (സ്വർണ്ണ - ഫലം)

1. 7

6

1

ഈയുടനന്തരത്തിൽ ഇതരതം = 27; ഫലം = 8682

അസ്തവ്യമാണെന്നുകൊണ്ട് ഫലമാകുമെന്നു കരുതാം = 8. അത് മരുതാകുന്നു.

അപ്പോൾ സംസ്കാരമാകും = $\frac{8682 \times 210389}{8 \times 21600} = 10678$ (വതം)

അതുകൊണ്ട് 9 ഫലമാകുമെന്നുകൊണ്ട് സംസ്കാരം വരും.

സംസ്കാരമാകുമെന്നുകൊണ്ട് ഫലം = 35118. ഇത് അധികമാകും

അപ്പോൾ ഫലം സംസ്കാരമാകും = $\frac{8682 \times 210389 \times 10678}{25118} = 88.838386$

അധികശേഷമാകുമെന്നു പിരിയസംസ്കാരം തന്നെ (ഐശ്വര്യം സംസ്കാരം നന്നാകുമെന്നു്).

സംസ്കാരകാലം 10674 ഏകാങ്കിതാൽ തെക്കേ മൂന്നുശതാബ്ദവരം
 അള 9 x 21000. 25118 = 169289 ഏകം

$$\text{അളപ്പാതി ക മനുസംസ്കാരകാലം} = \frac{9562 \times 210389 \times 10674}{169289}$$

മനുസംസ്കാരകാലം ഇം സംസ്കാരം മനുവർഷം ,

വർഷങ്ങൾ 1000000 മനുസംസ്കാരം മനുവർഷം തമ്മിൽ തോക്കാം.

$$\text{മനുസംസ്കാരകാലം മനുവർഷം} = \frac{10^6 \times 576}{210389} = \text{മനുവർഷം } 26 - 56 - 47$$

സംസ്കാരകാലം കലാശ്ചരം മനുവർഷം മനുസംസ്കാരകാലം :-

കാ. കി. ഇ. തി.

$$(ക) \frac{10^6 \times 27}{9562} = 1 - 19 - 47 - 28$$

$$(ഇ) \frac{10^6}{10673} = 5 - 5 - 0 - 26 (\text{മനു})$$

$$(ക) + (ഇ) = 6 - 25 - 56 - 54$$

$$(എ) \frac{10^6}{881636338} = 0 - 0 - 0 - 7 (\text{മനു})$$

$$\text{മനുവർഷം} = 6 - 25 - 56 - 47$$

മറ്റേ ക്രിയകൾക്കുതന്നെ വല ഗുണകാലക്കലക്കളെ ഉണ്ടാ
 ക്കാകാക :-

യഥാ വർഷം പതിനഞ്ചു വർഷം ക്രിയകൾ പതിനഞ്ചു വർഷം

കർമ്മപരിപാടിയുടെയും പൂർണ്ണ പൂർണ്ണമായതും || 39

തന്ത്ര മണ്ഡലം ക്രിയകൾക്കുതന്നെ അകകാലം പൂർണ്ണ പൂർണ്ണ |

ഗണനകളിനുള്ള അനുയോജ്യമായ ഹരിവർഷത്തിന്റെ
 കലകളെ വർഷം വെച്ചു കേൾവിനു കിട്ടിയ വർഷപരിപാടിയുടെ
 കലയും കലകളെ വർഷമായ അകകളെ കലയാണു സൂക്ഷിക്കുകയും
 വേണം. എന്നാൽ ഈ അകകൾ ചെറുതാ ചില ഹരിവർഷമായിട്ടു
 വരും.

ഇവയുടെ ഗുണകാലം തന്നെ

ഗുണകാലം പതിനഞ്ചു വർഷം തന്ത്രപരിപാടി || 40

കർമ്മങ്ങൾക്കു തന്നെ സ്വതന്ത്രഗുണകാലം തന്നെ |

ഹരിവർഷത്തിൽ ആദ്യത്തെ വർഷത്തെ കലകളെ അതിന്റെ
 സ്വതന്ത്രതയ്ക്കു വർഷം വെച്ചു. അതിന്റെ മീതെ ഗുണകാലം വെച്ചു
 മുമ്പിൽ പരിപാടികൾ വർഷപരിപാടിയുടെ കലയും. എന്നാൽ മുൻ
 വർഷത്തിൽ തന്നെ ഹരിവർഷത്തിന്റെ ഗുണകാലത്തെ ക്രിയകൾ കലകൾ.

ഇവയിൽ സംസ്കാരമാകത്തക്ക ഉണ്ടാക്കുവാൻ ഇതു ഉപയോഗ്യമാകുന്നതാണെന്നു കരുതുന്നവർക്കു കയ്പാൽ സംസ്കാരമാകാൻ || 41

മുൻപറഞ്ഞപ്രകാരം തയ്യിട്ടിടത്തെ ശേഷങ്ങളെക്കൊണ്ടു സംസ്കാരമാകത്തക്കതും ചെയ്തിരിക്കാൻ.

ഉദാഹരണം

സൂര്യന്റെ ഉപഗണകളിനുള്ളിൽ (576, 210889) ആദ്യം വരിച്ചുണ്ടായ ഫലവലിയെ മങ്ങിക്കളയുക എന്നതാണ് മറ്റൊരു പ്രവർത്തനം. മറ്റൊരുതരം ആദ്യഫലമാണ് 886-നെ കളഞ്ഞ് ആ സ്ഥാനത്തു പ്രവർത്തനം ഈ പ്രവർത്തിക്കു മുന്നെ പ്രവർത്തനം ചെയ്ത ഘട്ടത്തിലും കൈമാറ്റിയിട്ടു കീഴ്ന്നു വെച്ചുവന്നതാണെന്നു ചെയ്തു

ഉദാഹരണം	ഉപഗണക	ഉപഗണക	ഉപഗണക	ഉപഗണക	ഉപഗണക
1	0	1	2	3	4
886	1	8	3	129	മങ്ങിക്കളയുക (+)
2	1096	8	3	129	മങ്ങിക്കളയുക (+)
1	1461	1	4	20	മങ്ങിക്കളയുക (-)
6	2662	0	27	9	മങ്ങിക്കളയുക (+)
2	3185	2	69	2	മങ്ങിക്കളയുക (-)
4	91602	4	259	1	മങ്ങിക്കളയുക (+)
2	210889	2	576	0	മങ്ങിക്കളയുക (-)

ഇവിടെ മങ്ങിക്കളയുക വരിച്ചിട്ടുള്ളവ ഹാക്കുകളാകുന്നു. നാലാമത്തെ വരിയിലുള്ളവ ഈ ഹാക്കുകളുടെ ക്രമേണയുള്ള ഗുണകങ്ങളാകുന്നു. മങ്ങിക്കളയുക വരിയിലെ ശേഷങ്ങളിൽ നിന്നു ക്രമേണയുള്ള സംസ്കാരമാകത്തക്കതും മറ്റിതീയസംസ്കാരമാകത്തക്കതും മുമ്പുപറഞ്ഞപ്രകാരം ഉണ്ടാകും.

ഇവിടെ മറ്റു ഹാക്കുകളുടെ യോഗത്തെക്കുറിച്ചും മറ്റൊരുതരം ഹാക്കുകളായി കല്പിച്ചാൽ അതതു ഗുണകങ്ങളുടെ യോഗമാണ് അതെന്നു ഗുണകമാക്കിട്ടു വരും. അതതു ശേഷങ്ങളേയും ഗുണധനം പോലെ യോഗവിധിയാഗം ചെയ്താൽ ഉണ്ടാകുന്ന ഫലം ശേഷമായിട്ടു

[illegible]

മുൻപറഞ്ഞതുപോലെ, γ_1 യെ പ്രകടിപ്പിക്കാം.

மேல்குடி கட்டிடம் 210389 11523 = 10028 - மதுரைகாசம் (தூண்டி)
11 - 21600

മുസ്ലീം പദമുള്ള മറ്റൊരു പേരിന്റെ സമാഹാരം

“சாதிவாதி” “பிரதிகந்த” “புது” “தந்த”

നവംബർ 1956-ൽ തന്നെ "പ്രചാരക" എന്ന പേരിൽ ഒരു പത്രം പ്രസിദ്ധീകരിച്ചു. അതിന്റെ ഉടമസ്ഥതയും പ്രവർത്തനവും "പ്രചാരക" എന്ന പേരിൽ പ്രസിദ്ധീകരിക്കപ്പെട്ടു. അതിന്റെ ഉടമസ്ഥതയും പ്രവർത്തനവും "പ്രചാരക" എന്ന പേരിൽ പ്രസിദ്ധീകരിക്കപ്പെട്ടു.

കുറ്റകൃത്യങ്ങൾക്കെതിരെ ജാഗ്രതയുണ്ടാക്കുന്നു.

ഇന്ത്യയിലെ പട്ടണങ്ങളിലെ പ്രവാസികളുടെ സാമ്പത്തിക സ്ഥിതി 42

മുഖ്യകാർയ്യ സമിതിയിൽ: കെ.പി. മുഹമ്മദിനെ:

உறுப்பினர் பெயரையும், இவ்வுரிப்புகளும் 48

ഭൂമിശാസ്ത്രകുലിപ്പായുസ്സുനടന്നുവെച്ചിരിക്കുന്നു.

ലക്ഷ്യം ദീപ്തമാകും സമാധാനമാവുകയും അങ്ങനെയല്ലേ !! 64

മദ്യമെടുപ്പിനായി കൂട്ടാൻ അനുവദിച്ചതും പീടാരവുമായി

செய்யுறு சிவபூதிரை அருள 12 அடிகள் எழுதினா னா || 46

ചുരുക്കമായിട്ടുള്ളതുകൊണ്ട് ഇതിനെക്കുറിച്ച് വിശദമായി പരിശോധിക്കേണ്ടതുണ്ട്.

അദ്ധ്യക്ഷൻ: സന്നിധിയിൽ ഉണ്ടായപ്പോൾ 46

അയ്യപ്പനായ് ഭൂതാനന്തമഹാത്മ്യം പ്രസിദ്ധം യത്

உருபுத கருவகம் உருபுத 128 வகையாக: || 47

ഇത്തുകയിൽ ഭാഗ്യവശ്ശിന്റെ ഭർത്താവ് മരിച്ചതായും

[illegible]

[illegible]

Subject: _____

ഇ. എസ്. ശാസ്തരിയുടെ അഭിപ്രായം.

ജ. മു. ന. ഫി. 1541 19. (പ്രസിദ്ധീകരിച്ചതല്ല.)

சான்றிதழ் பெற்றவர் இ. பி. சோமசுந்தரம்

(இதழைப் பற்றிய செய்திகளைக் கருவரத்திலும், மதுரை, சேலம் ஆகிய இடங்களிலும் கிடைக்கக் கூடிய செய்திகளைப் பற்றி)

[illegible]

കുറേ നല്ല കഥകളായിട്ടുണ്ട്. ഇതിൽ 82.

電話 16770175(主)

186000

☎ 06-71777

ജ. കൃഷി വന വിഭാഗം സാമ്പത്തികം 4 51-54-22

အမှတ် ၁၁၊ အလယ်လမ်း၊ ရန်ကုန်မြို့၊ ၃ ၆ ၆၁-၆၁-၂၉

4 7 6 0 0

【例 10】 27 51 51 28

1967 ମସିହା ଡିସେମ୍ବର 29

10671 67-23X 1577917500-922.3 80-- 12-2 48-

21600 ~ 4320000

கவிஞர் நகு. இராஜா

20-47-10-56

ഇത് സംസ്കരിച്ചിട്ടുള്ളതുകൊണ്ട് 16 42 59 88

ഇതിന്റെ ഇഷ്ടപ്രകാരം മാറ്റിയത് = $\frac{4 - 7 - 0 - 0}{11 - 9 - 42 - 59 - 88}$

= 20883 മ. - 59 മി. 83 സെ.

$\frac{20883 \ 59 \ 83 \times 155000}{21600}$ = മിനി = 127894 (അക്ഷരികം ഉദിച്ചത്)

അതുകൊണ്ട് 135000

മുതൽ 71777

അതുകൊണ്ടാകട്ടെ ഉപഗ്രഹത്തിന് 135000, 71777 ഇവയെ സംയോജിപ്പിച്ച് കണ്ടെത്തപ്പെടുന്ന രേഖ്യാ:

1 5287
3 ... 23.1
7 ... 2476
2 ... 335
1 ... 131
1 ... 73
3 ... 58
1 ... 15
6 ... 13
1 ... 9
1 ... 1
0

വെച്ചുകൊണ്ട് ചുരുളിയിൽ രൂപവും അതിന്റെ ചുരുളിയിൽ ഇരുപതു മറ്റു രൂപവും സംയോജിപ്പിച്ച്, അതുകൊണ്ട് രൂപം 80 കി.മീ.യായി 1 കേൾപാ, മാനകമേളകയാൽ ഗുണകരം = 6237. അപ്പോൾ 1 രൂപിതകാലാർ ഗുണകരം = 18600 - 6237 = 123718 അപ്പോൾ 127894 രൂപിതം കണ്ടെത്തുന്നതുകൊണ്ട് = 123718 \times 127894 = 15821687922 മാനകരം ഗുണകരം = 117822.

$\frac{1577917500 \times 1.7822}{4820000}$ = 48072184 മി. 7 42 30

1800007 20 47 17 എന്ന കലിന്ദിസംസ്കാരം കൂടെ 48072184 7 42 30 എന്നും കൂടെ കണ്ടെത്തുന്നതുകൊണ്ട് ഇഷ്ടപ്രകാരമുള്ള സംഖ്യകൾ.

[ഇതിന്റെ അർത്ഥം 117822 ഗുണകരം തികച്ചു ഗതിച്ചു കൽ 48072184 7 42 30 \times 2288864 82695 ഗുണകരം 11 മി. 8 മി. 48 സെ. 17 മി. 17 സെ.]

മി. 17 സെ.

അപ്പോൾ അനുസരിച്ചുകൊണ്ടാകട്ടെ ഗുണകരം

അതുകൊണ്ട് 7 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

കണ്ടെത്തുന്നതുകൊണ്ട് 16 48 0 0 11 9 48 2 4 6 59 58

യുക്തസം 2 മി. 17 സെ. 17 സെ. അത് അക്ഷരികം ഉദിച്ചതിനാലും കറുപ്പു മൂലം അക്ഷരികം ഉദിച്ചതും.

ഗണിതത്തിൽ ആസന്നായോഗത്തെക്കൊണ്ടാണ് ആധികം ആവശ്യം. അതുകൊണ്ട് ചില ആസന്നായോഗത്തെ ആ പദങ്ങളെ ഉപയോഗിക്കേണ്ടതാണ്.

ഗോണാ ഇ തന്മാർഗ്ഗതാ മ മിശ്വര വൃസ്താപ്യകർണാ 68

അതാൻ ഭൂമിമണ്ഡലതാപ ചിദ്രേതൽ ഗോണന താൻ |

ബ്രഹ്മാദിക ഇ മഹതാ സ്വരേപ്യത വിതദാദികേ || 69

ലജ്ജാസ്തപ്തദീപ്താസ്തപ്താ ഹതാസ്താപ്താദേതാപി ദേ |

ഇയ്യദേശമതാ ശീപ്രാപ്താസ്താപ്താമതാ ക്രമാൽ || 70

രണ്ടു ഗ്രഹങ്ങളുടെയും ഗോണങ്ങൾ ആന്യോന്യം ഹരിച്ചു ഫല വല്ലി ഉണ്ടാക്കി രൂപാഭിനയിച്ചോ ശൂന്യാഭിനയിച്ചോ ഉള്ള ധ്വജകളാകാതെ ചെമ്പുണ്ടാക്കിയ രാശികളെ ചെമ്പുരും ദുരിനംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ഗോണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചു ബ്രഹ്മാദികൾ വലിയ ഗോണംകൊണ്ടും ശൂന്യാദികളിൽ ചെറിയ ഗോണംകൊണ്ടും ഹരിക്കപ്പെട്ടത് ഉണ്ടായ ഫലങ്ങൾ വിവരങ്ങൾക്കുപോലും പക്ഷങ്ങൾ 60 ൽ ഗുണിച്ചു ഗോണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ദാഴിക മൃതായവയും ഉണ്ടാകും. ഈ ഉണ്ടായ കാലങ്ങൾ ശീപ്രഗത ഗ്രഹങ്ങൾക്കും അല്ലഗത ഗ്രഹങ്ങൾക്കും ഇപ്പോഴേയോടടുത്ത ആനന്ദങ്ങൾ

ഇവിടെ നേരെ യോഗം വരുന്നതാൽ ഗ്രഹങ്ങൾ തങ്ങളിലുള്ള ആനന്ദത്തെ ചൊല്ലുന്നു.

തത്ര തത്ര ഗതാൻ ഗോണാശ്ചകുലിപ്പാമതാൻ ഹരേൽ |

ഇപ്തസ്വ ഗോണന സ്വാദിതസ്വ തദാനന്ദഃ || 71

ആന്യോന്യമരണത്തിൽ അവിമതേവിടെ ഉണ്ടായ ശോഷങ്ങളെ “അനന്തപുരം” കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ഇതുഗ്രഹങ്ങൾക്കു ഗോണം കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ അപന്ത് ഇതഗ്രഹങ്ങൾക്കുള്ള ആനന്ദം ലിപ്തമാകുമായി കിട്ടും.

ഇതിന്റെ ഉദാഹരണം:—

സിംഹേ സപ്തമോഗതീൽ കദാ യോഗാകരതാദേതാഃ

തന്മാർഗ്ഗതാസ്താദ്ര യോഗാശ്ചകുലിപ്പാമതാൻ || 72

അത്യാസക്തിഭാവൽ പശുൽ കന്യീൻ കന്യുനാദാമസ

തന്മാർഗ്ഗതാലിപ്പാശ്ച കതിസ്തദൃണകോത്തരഃ || 73

മേകൽ ആദിത്യനും ചൊവ്വയും ചിങ്ങത്തിൽ ഏഴു തിയതി തികയുന്നതതു യോഗമുണ്ടായി വിവിധ അവധിക്ക് കടത്തുന്ന് ഇപ്പോഴേക്കുള്ള യോഗവും ദൈവവും ഏതവും അണവും (= സാമീപ്യം, അടുപ്പം) ഏതതു കാലത്തുണ്ടായി എന്നു ചൊല്ലുക. അന്നു ഇവ രണ്ടും തങ്ങളിലുള്ള ആനന്ദകലകൾ ഏതു എന്നും ചൊല്ലുക.

സൂര്യനോരോ കോർപ്പറേഷൻ പ്രൈവറ്റ് ലിമിറ്റഡ് 95000, 71,777
 ഇവയെ ജി.എസ്.ടി.യോടെ കൂടി ചേർത്തുകൊണ്ട് പ്രൈവറ്റ് ലിമിറ്റഡ്
 കോർപ്പറേഷന്റെ ഓരോ വർഷം തന്നെ പലിശയടയ്ക്കും.

വർഷം	പ്രൈവറ്റ് ലിമിറ്റഡ്	പലിശ	പലിശ	പലിശ	പലിശ
1	1	0			
1	1	1			
7	1	2	1	1	
2	7	13	7	8	
1	2	32	2	17	
1	1	47	1	26	1431
3	1	79	1	42	383
1	3	284	3	161	332
6	1	383	1	183	51
1	6	2462	6	1300	26
1	1	2626	1	1602	38
1	6387	1	2811	1	

പലിശയടയ്ക്കൽ കോർപ്പറേഷൻ പ്രൈവറ്റ് ലിമിറ്റഡ്
 പ്രൈവറ്റ് ലിമിറ്റഡ് കോർപ്പറേഷന്റെ ഓരോ വർഷം
 തന്നെ പലിശയടയ്ക്കും.

പ്രൈവറ്റ് ലിമിറ്റഡ് കോർപ്പറേഷൻ

പ്രൈവറ്റ് ലിമിറ്റഡ് കോർപ്പറേഷൻ	പ്രൈവറ്റ് ലിമിറ്റഡ് കോർപ്പറേഷൻ	പ്രൈവറ്റ് ലിമിറ്റഡ് കോർപ്പറേഷൻ	പ്രൈവറ്റ് ലിമിറ്റഡ് കോർപ്പറേഷൻ	പ്രൈവറ്റ് ലിമിറ്റഡ് കോർപ്പറേഷൻ	പ്രൈവറ്റ് ലിമിറ്റഡ് കോർപ്പറേഷൻ	പ്രൈവറ്റ് ലിമിറ്റഡ് കോർപ്പറേഷൻ	പ്രൈവറ്റ് ലിമിറ്റഡ് കോർപ്പറേഷൻ	പ്രൈവറ്റ് ലിമിറ്റഡ് കോർപ്പറേഷൻ
8287	183.132	38	39	8	11 29 58 50	10' 10"	10' 10"	
2825	1031556	46	31	8	0 0 4 0	49	4'	
2462	899268-62	16	8	8	11 29 55 50	4 10'	4 - 0'	
863	132588-64	- 3	0	0	0-0-3.10	3 - 10	3 10	
184	103733-27	- 19	8	11 29 55 53	53' 7"	53'-7"		
2811	1931 22-38	570	0 0-18	0	18	18"		
1501	1031556-38-42	11-29-52-29	0	7 31	7'-31"			
1309	898267 - 0	140 0 7 49	0	7 49"	7 - 49"			
193	137588-38	29 11 29-44-49	0	15 20"	15 - 21"			

ഇവിടെ നൂപാദികളും ശൂന്യാദികളും അനുരോധങ്ങൾ തിരിച്ചറിഞ്ഞ് നാടികൾക്കു ചട്ടം വ്യക്തമാക്കി. അതിൽ ചിങ്ങത്തിൽ 7 നു മുൻപുള്ളവ പ്രാദേശത്തു യോഗമെന്നായി എന്ന കല്പിച്ച് അതു സമയത്തായിത് ഇ- അനുരോധങ്ങൾ കെട്ടുന്ന അനുരോധം 7, ദിവാസം മൂന്നാം അനുരോധമാണെന്നും, ഭരണ സംരംഭങ്ങൾക്കു മുമ്പ് ഇവയ്ക്കു ചേർത്തു നഗരം, സ്വർണ്ണ, മിണിമുതൽ മുതൽപ്രദേശത്തുള്ള ഗൃഹം, സ്വർണ്ണ, ഇഷ്ടപ്രദേശത്തു് ഉത്തരവു നൂപാദികൾക്ക് ശൂന്യാദികൾക്ക് കൽ ഇഷ്ടപ്രദേശത്തു് സ്വർണ്ണമുതൽകൽ സ്വർണ്ണ ഗതം, ഭരണ സംരംഭങ്ങൾ ഇഷ്ടപ്രദേശത്തിലുള്ള ഗതം.

உவமையாகக் குறிப்பிட்டுள்ளதோடு, உயர்ந்த அறிவுடையவர்கள் விரைவில் உயர்ந்த நிலைகளில் உயர்ந்து நிற்கும்படி விரும்புகிறேன். உயர்ந்த அறிவுடையவர்கள் விரைவில் உயர்ந்த நிலைகளில் உயர்ந்து நிற்கும்படி விரும்புகிறேன்.

[illegible][illegible]

$$\begin{aligned} \text{മാതൃക: } 24820000 + 282800 &= 9104800 \\ \text{ഉപമാതൃക} &= 1885088 \\ \text{ഉപമാതൃക} &= 227616 \end{aligned}$$

വഴി: 5 ... 691208
 1 ... 100737
 6 ... 87523
 1 ... 13214
 1 ... 8239
 1 ... 4975
 1 ... 3284
 1 ... 1211
 9 ... 1558
 1 ... 168
 4 ... 181
 1 ... 37
 8 ... 23
 1 ... 4
 9 ... 8
 1
 0

ഇവിടെ അക്ഷരത്തിൽ ഉപമാതൃകയിരിക്കുന്നു,
 അതുകൊണ്ട് രൂപം കൈപറ്റാതെ പട്ടികകൾക്കിടയിൽ
 സൂക്ഷ്മത വേർതിരിക്കുന്നു.

അതുകൊണ്ട് ഉപമാതൃകയ്ക്ക് 591208 ഉപമാതൃകയുണ്ട്.

$$\begin{aligned} \text{I ഉപമാതൃക} &= 4 - 14 - 10 - 7 \\ \text{അക്ഷരമാല} &= 2 - 12 - 57 - 58 \\ \text{അപമാതൃക} &= 2 - 1 - 12 - 9 = 8672 \text{ വഴി 9 വഴി} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 1895938 \times 8672 \quad 9 \quad 4906879 \quad 81 \\ \hline 10800 \quad 10800 \end{array} = 454201$$

(1895938 കളിയിൽ, 10800-ൽ അടയാളം ഉൾപ്പെട്ടിട്ടുണ്ട്. ഉപമാതൃകയ്ക്കുവേണ്ടി
 കരുത്ത് ഉപയോഗിക്കുകയും വേണ്ടി വേണം.)

454201-നെ രൂപമാതൃകയ്ക്കായി ഉപയോഗിക്കുകയും 591208-നെ ഉപയോഗിച്ച്
 ഉപമാതൃകയ്ക്കായി 1885088-നെ ഉപയോഗിക്കുകയും വേണ്ടി വേണം.

അക്ഷരമാല = 756814 ഇത് ഉപയോഗിക്കുകയും

$$\begin{array}{r} 756814 \times 577917500 \\ \hline 83483320 \end{array} = 23285062 \text{ വഴി 9 നെ 8 വഴി 85 വഴി}$$

ഇപ്പോൾ അക്ഷരമാലയ്ക്കായി 756814 ഉപയോഗിക്കുകയും അതിൽ 83483320
 ഉപയോഗിക്കുകയും വേണ്ടി വേണം.

അക്ഷരമാലയ്ക്ക് സൂക്ഷ്മത: 888126 888 301 24 81 81

അക്ഷരമാല = 84206 700 25 23 20 വഴി.

അക്ഷരമാലയ്ക്കായി അക്ഷരമാലയ്ക്ക്

$$\text{സൂക്ഷ്മത} = (3 - 12 - 57 - 58) - (18 - 2 - 24 - 81) = 6 - 9 - 88 - 27$$

$$\text{അക്ഷരമാല} = (4 - 14 - 10 - 7) + 7 - 25 - 28 - 20 = 9 - 9 - 88 - 27$$

അക്ഷരമാലയ്ക്ക് അക്ഷരമാലയ്ക്ക് 454201. അക്ഷരമാലയ്ക്ക് 59.208

അക്ഷരമാലയ്ക്ക് അക്ഷരമാലയ്ക്ക് അക്ഷരമാലയ്ക്ക് 42189

$$42189 \times 8100 = 1245860 \text{ വഴി 20 വഴി 11 വഴി}$$

അക്ഷരമാലയ്ക്കായി

ഇത് അക്ഷരമാലയ്ക്കായി അക്ഷരമാലയ്ക്കായി

$$\text{അക്ഷരമാലയ്ക്ക് സൂക്ഷ്മത} = 8410 10 - 29 - 10 - 47$$

$$\text{അക്ഷരമാല} = 158 4 - 29 - 87 - 4$$

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
അംശം	പ്രദേശത്തിന്റെ വിസ്തൃതി	അംശം	അംശം	അംശം	അംശം	അംശം	അംശം
മീ. നാ. മി.	മീ. നാ. മി.	മീ. നാ. മി.	മീ. നാ. മി.	മീ. നാ. മി.	മീ. നാ. മി.	മീ. നാ. മി.	മീ. നാ. മി.
1	8	29857	4 1 25 18	5 24 37 57 21 53	0 9 23 25 57 24	6 4 1 23 18 19	4 3 23 19
2	41	1210 46 15 11	3 50 30 25	3 23 18 22 8 28	3 4 10 7 24 44	5 27 29 29 34 13	2 30 30 128
3	42	1387 56 15 56	1 30 52 53	6 17 57 19 31 24	2 13 33 33 32 8	0 1 30 52 53 32	1 30 52 54
4	66	2698 4 31 7	0 59 37 32	1 11 16 41 40 53	4 17 43 40 46 58	5 29 0 22 27 53	0 62 37 32
5	195	3584 27 47 5	0 31 18 21	10 29 14 1 17 17	7 1 17 4 9 0	5 0 37 16 31 13	0 31 13 21
6	223	6886 19 18 10	0 28 22 11	0 10 30 47 53 10	11 19 0 54 55 52	11 29 31 37 48 2	0 28 32 11
7	358	10571 57 5 4	0 9 53 10	11 9 44 44 5 27	6 20 18 9 4 52	6 0 2 63 10 19	0 2 53 10
8	3448	101732 53 5 5	0 3 73 35	6 8 13 19 44 42	11 21 44 16 40 20	6 29 57 36 26 3	0 2 28 36
9	3803	112304 50 10 26	0 0 79 26	5 17 58 3 50 10	6 12 2 25 46 12	0 0 0 19 35 22	0 0 32 35
10	18657	560932 3 47 8	0 0 25 45	4 29 5 36 5 32	1 9 53 59 41 8	5 29 59 34 46 31	0 0 35 13
11	27400	863257 5 57 37	0 0 4 22	10 3 3 38 55 33	7 7 56 26 26 10	6 0 0 4 21 58	0 0 4 22
12	130957	3867257 33 35 11	0 0 3 24	2 0 28 49 43 28	3 29 38 6 52 51	11 29 68 56 36 9	0 0 3 24
13	153417	4530484 37 32 49	0 0 0 0 58	6 3 77 28 39 1	11 21 32 52 19 11	6 0 0 0 58 12	0 0 0 58
14	69,208	17456731 26 13 39	0 0 0 0 29	2 25 46 15 40 13	3 4 13 42 50 24	9 29 58 69 30 53	0 0 0 29

ഈ വട്ടികകളിൽ I = ഫലങ്ങൾ-രൂപാദിത്യസൂക്തകൾക്കു
 ണ്ടുണ്ടായ ഫലങ്ങൾ. II = രാജാ ഫലത്തെയും ഭൂമിനംകൊണ്ടു ഗുണി
 ച്ച ചാന്ദ്രമാസങ്ങളെക്കൊണ്ടു ഹരിച്ചുണ്ടായ ഗ്രഹണാനന്തരീവസ
 ണ്ങ്ങൾ. III = ദശയങ്ങൾ. ആയുരവൃദ്ധനേതരകുടുംബായ ദുഃഖശേ
 ണ്ങ്ങൾ. IV = രാജാ ദശയത്തെയും 10800 കൊണ്ടു ഗുണിച്ച ദുഃഖമാ
 കൾക്കൊണ്ടു ഹരിച്ചുണ്ടായ ഇലിയാദി ഫലം-അർക്കാനന്തരവി
 ന്തർ (അല്ലെങ്കിൽ ചാതുനാകന്തർ) ഭൂദാനം. V ഗ്രഹണാനന്ത
 രീവസത്തെ സൂര്യഭഗണംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച ഭൂമിനംകൊണ്ടു ഹരിച്ച
 ഭഗണം കളഞ്ഞാൽ അകാലത്തെ സൂര്യചക്രം ഉണ്ടാകും. V അ
 തിനെ രാഹുഭഗണംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച ഭൂമിനംകൊണ്ടു ഹരിച്ചുണ്ടായ
 രാഹു ചക്രം. അഥവാ അതതു ഫലത്തെ സൂര്യഭഗണംകൊണ്ടും രാ
 ഹുഭഗണംകൊണ്ടും ഗുണിച്ച ചാന്ദ്രമാസസംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാവും
 ഗ്രഹണ സൂര്യചക്രവും ചാതുചക്രവും ലഭിക്കും. VI ഈ ചക്ര
 ണ്ങ്ങൾ ണ്ടും കൂട്ടിയാൽ മദ്ധ്യഭാഗം വരും. VIII ആരാശിയൽ
 നാനോ പന്ത്രണ്ടാശിയിൽനിന്നു ഈ യോഗങ്ങൾക്കു ഏകദേശ
 കറച്ചിലോ ഭൂദാനമൊക്കുന്ന ഭൂദാനമാനയനം ന്റെ വിധത്തിൽ
 സാധ്യമുൾക്കൊള്ളാം (IIയും IIIയും) ഒണ്ടിച്ചു ഫലങ്ങൾക്കു തുല്യ
 ത്വമുണ്ടു്.

ഏതെങ്കിലും ഒരു ദാർശ്വന്തപാദിതന്തരയോ കറുത്തവായിന്തർ
 യോ മദ്ധ്യഭാഗമാനകാലത്തിൽനിന്നു ഗ്രഹണാനന്തരീവസത്തോളം
 കാലം കിഴക്കോ മേല്പോട്ടോ നിരൂപിക്കുമ്പോൾ അസ്സമയത്തു പെട്ട
 യോഗവശന്തരയോ കറുത്തവശന്തരയോ മദ്ധ്യഭാഗമാനകാലമാ
 യിട്ടു പത്തുനൂറു ക്രിയയുടെ സ്വരൂപത്തിൽനിന്നു മനസ്സിലാക്കുന്ന
 ണ്ടോ അല്ലാതെ ചാന്ദ്രസൂര്യചക്രമാനന്തരം ആരാശിയോ പന്ത്രണ്ടു
 രാശിയോ ആയിരിക്കും.

രാജകശേയരമകിൽ അകമാറ്റുകയുടെ മദ്ധ്യഭാഗം രോഗി
 യിൽനിന്നോ പന്ത്രണ്ടാശിയിൽനിന്നോ ഭൂദാനമുണ്ടായാലും കറ
 ന്തരികും അജ്യശേഷമകിൽ അറ്റകൊണ്ടു ഏറിയുൾക്കൊള്ളും. രാജ
 കം ചാന്ദ്രമാസസംകാലം കാലം ദ്വഗുണിതസൂര്യരാഹുഭഗണയോഗ
 വുമാണെന്നു് രാജാസ്വരൂപം ഈ ഏകദേശമുൾക്കൊള്ളുവാൻ യുക്തി
 യുക്തം ഒരു വായുദിഗ്ഗണ്യം മദ്ധ്യഭാഗംകാലത്തിൽ രാഹു സൂര്യ
 ന്നാത്തമെ മദ്ധ്യഭാഗത്തുതന്തർ ഭൂദാ പതിമൂന്നു തിരതായാൽ കറ
 വാണകിൽ ഗ്രഹണം ചിന്തിക്കേണ്ടതെന്നുണ്ടല്ലോ. ആ ഗ്രഹണവ

പ്രാണകാലത്തിൽനിന്നു ഗ്രഹണാന്തരകാലത്തോളം കീഴ്ളതോ മേ-
 ള്ളതോ നിശ്ചയിച്ചാൽ ആറു വാചകത്തെ ആയിരിക്കും. അപ്പോഴ-
 ഞ്ഞ മാറ്റുന്നസൂത്രന്റെ മൂല ആദ്യത്തെ ഭൂതയിൽ ഏരിയിട്ടോ കറ-
 ണ്തിട്ടോ ഇരിക്കും. ഉപാസനങ്ങൾ കറവാകയാൽ ഞ്ഞമത്തെ ഭൂതയും
 18 കയ്യിൽനിന്നു മിക്കവാറും കറഞ്ഞിരിക്കാൻ സ്വാതന്ത്ര്യം ആരു-
 കൊണ്ട് അറുത്തു ഗ്രഹണത്തിന്നു സംഭാവ്യതയുണ്ട്. വിശേഷാദിക-
 ഭൂതകൊണ്ടു ഗ്രഹണം സംഭവിച്ചിട്ടു എന്നും വരാം.

മുൻ ഉദാഹരണത്തിൽ 1117 ചിഹ്നം 14 രാത്രി 28നാ, 28വി.
 56ഗു സമയത്തു (കലി 1842078—88—29—58), വെളുത്തവരവി-
 ണ്ൻ കല്ലുവെച്ചുപ്രാണകാലമാണെന്നും അതൽനിന്നും 28486062
 9നാ, 5വി, 88ഗു. വാചികാൽ ആ സമയത്തു സൂര്യനും കേതുവിന്നും
 മേഘഭൂതങ്ങളും അപ്പോൾ ഗ്രഹണം ഉപാസനവാൻ സ്വാതന്ത്ര്യം
 കണ്ടുവെല്ലാം. ആ ദിവസത്തോളം ഗ്രഹണാന്തരദിവസങ്ങളും അ-
 വേക്കിട്ടു വയ്ക്കട്ടെ കാലത്തൊത്തു സൂര്യനു മാറ്റുവാനോടോ കേ-
 തുവിനോടോ മോസന്നയോഗമുള്ള ദിവസം വരുത്തേ അന്നു ഗ്രഹണ-
 മൂന്നോരോ ഏതെ ചിന്തിക്കാം. ഇവയെല്ലാം ക്രിയ— ൧൦ ദിവസത്തിൽ
 നിന്നു ഏല്പാനിടം വലിയ ഗ്രഹണാന്തരദിവസത്തെ ഏതു തവണ
 വാങ്ങാമോ അത്രയും വാങ്ങുക. ഇ- ശേഷത്തിൽനിന്നു പിന്നത്തെ
 ഗ്രഹണാന്തരദിവസത്തെ മാറ്റുവാനോടോ വാങ്ങുക. ഇങ്ങനെ
 ഏതാണ്ട് ഉദ്ദിഷ്ടകാലം വരുമ്പോൾ ക്രിയ ചെയ്യുക. കടന്നെത്ത ശേ-
 ണ്തെ മുഖസ്തത്തെ കലികൊട്ടുന്നാൽ നിന്നും വാങ്ങുക. അന്നു ഗ്ര-
 ഹണമുണ്ടാകുവാൻ സംഗതിച്ചുണ്ട്.

	23735082 - 9 - 4 - 38
(14) × 1	17458721 26 13 36
	5776360 42 52 59
(12) × 1	4530484 37 32 48
	1245868 - 5 20 11
(11) × 1	663252 3 57 37
	582809 1 22 34
(10) × 1	550951 13 47 8
	21656 47 55 26
(7) × 3	21 43 34 10 28
	10112 53 24 58
(8) × 1	8535 19 18 10
	3927 34 - 6 - 48
(4) × 1	2588 - 41 31 7
	1328 52 36 - 41
(2) × 1	1210 - 45 - 15 11
	118 - 7 - 20 - 30

KUTTĀKĀRAM

On the Genesis of the Mathematical Problems designated as 'Kuttākāram in Hindu Mathematics and its bearing on 'The Rule of Three' Indeterminate Equations and 'Continued Fractions' of Modern Mathematics.

This kind of problem arises chiefly in connection with the determination of the mean anomaly of a planet at a given instant when it is known that in a certain integral number of days, the planet makes a certain number of complete revolutions. For example, the Sun completes 576 revolutions in a period of 210389 days. To find the mean anomaly M of the Sun on the completion of x days from an epoch, we have to apply *The Rule of Three* as follows —

$$\begin{array}{l} 210389 \quad 576 :: x \quad M \\ \quad \quad \quad 576 x \\ M = \frac{210389}{576} \end{array}$$

The result may not always be an integer. Hence, suppose the integral part of the quotient is y and the remainder C . Then,

$$M = y + \frac{C}{210389}$$

This gives rise to the relation,

$$\begin{array}{l} 210389 \quad 576 :: x \quad y + \frac{C}{210389} \\ 210389 \left(y + \frac{C}{210389} \right) = 576x \\ \text{i.e. } 210389y + C = 576x \end{array}$$

Now, in finding the mean anomaly M , the integral part y is not important and is therefore neglected. It is only the remainder C shown above which gives the mean position of the planet. Thus in equation (1), if x is given, y and C are determinable.

Conversely there arises the problem of determining the integral value of x for a given integral value of C (less than 576), and incidentally the corresponding integral value of y .

This converse problem of determining the least integral values of x and y for a given value of C (less than 576) has been styled as *Kuttākāram* by ancient Hindu mathematicians.

The problem in "Kuttākāram" can therefore be enunciated thus —
The 1st and 2nd term of a proportion being known, find an integral 3rd term such that the fractional part of the 4th term may be one having for its numerator a given number (less than the 2nd term) and for its denominator the 1st term. In other words, the remainder after dividing

the product of the 2nd and 3rd terms by the 1st term shall be a given number (less than the 2nd term). [Hint: In the example given above, the 1st term is supposed to be greater than the 2nd term]. It is clear therefore that Kuttākāram is a direct descendant of "The Rule of Three"

When put into algebraic form the problem takes the following shape. A, B & C are three integers C being less than A & B. Find the least integral multiplier x of B, such that when C is added to or subtracted from the product Bx, the sum or remainder respectively shall be exactly divisible by A, thus giving incidentally an integral quotient y .

$$\text{i.e. } \frac{Bx \pm C}{A} = y \text{ (an integer)}$$

$$\text{i.e. } Bx \pm C = Ay$$

For easy comprehension, let us first consider the case where C has to be subtracted. Then the case where C has to be added can be easily deduced from the first.

Let the integers x_1 and y_1 satisfy the equation,

$$Bx_1 - C = Ay_1$$

$$\text{Then } Bx_1 - C = Ay_1 \quad \dots \quad (1)$$

$$AB = AB \quad \dots \quad (2)$$

$$(2) - (1) \text{ gives, } B(A - x_1) + C = A(B - y_1).$$

Therefore, the values $(A - x_1)$ and $(B - y_1)$ of x & y respectively would satisfy the equation,

$$Bx + C = Ay.$$

The problem, now, is to find the least integral value of x such that

$$\frac{Bx - C}{A} = y \text{ (an integer).}$$

$$\text{i.e. } Bx - Ay = C \quad \dots \quad \text{II}$$

Now, II) is called an 'Indeterminate Equation' with the condition that x & y should be determined as integers. The equation admits of an infinite number of solutions, but as a problem in Kuttākāram only the least integral values of x and y are called for. The value of x would be less than A and that of y less than B . These solutions therefore are unique.

It is obvious now, that if A & B have a common factor h so that $A = ah$ and $B = bh$, where a and b are integers, then equation II becomes

$$\begin{aligned} bhx - ahy &= C \\ \text{i.e. } h(bx - ay) &= C \\ \frac{C}{h} &= (bx - ay) = \text{integer} = s \end{aligned}$$

So, the problem $Bx - Ay = C$ would be insolvable if the given value of C is not also divisible by the H. C. F of A & B (if they have one). Hence, when equation II is reduced by dividing by the H. C. F of A & B , we get

$$bx - ay = c$$

III

where a and b are prime to each other

It is not essential that a should be divisible by the common factor of b & c or b by that of a and c for a solution to equation III.

For, let b and c have a common factor f , such that

$b = b_1 f$ and $c = c_1 f$. Then eqn. III becomes

$$b_1 f x - ay = c_1 f.$$

$$\text{or } ay = f(b_1 x - c_1)$$

$$\frac{ay}{f} = (b_1 x - c_1) = \text{an integer.}$$

For this, it is enough if y instead of a is divisible by f . Similarly it can be shown that if a and c have a common factor it is enough if x instead of b is divisible by that factor. Thus equation III is always solvable except in the case where the given value of c is not divisible by the H.C.F. (if any) of A and B .

The foregoing discussion thus shows, the intimate connection between 'Kuttikiram', 'Rule of Threes' and the 'Indeterminate Equations'.

Now, for the actual process involved in seeking the required values of x & y to satisfy the equation, $bx - ay = c$ where a and b are prime to each other. The process is explained in the tabular form given below.

Case I. $a > b$.

Step No.	Operation done	Result obtained	
		Quotient	Remainder
1	a is divided by b	q_1	$R_1 = a - bq_1$
2	b " R_1	q_2	$R_2 = b - R_1 q_2$
3	R_1 " R_2	q_3	$R_3 = R_1 - R_2 q_3$
4	R_2 " R_3	q_4	$R_4 = R_2 - R_3 q_4$
5	" "	"	"

and so on

It is obvious that R_1, R_2, R_3, \dots will be in descending order of magnitude. Continue thus to get an even number of remainders, such that the last two are small enough to enable you to guess easily an integer m to satisfy the relation

$$R_{2n} \times m - q = R_{2n-1} q. \quad (q \text{ also being an integer}).$$

For instance if division is carried up to say the 4th remainder R_4 , and at that stage you are able to guess easily a value for m such that

$$R_4 \times m - q = R_3 q.$$

From the values m and q the values of x and y can be easily obtained.

[Note: There are several variations and these are dealt with later on.]

The detailed process will appear as follows

	Column I	II	III
$b) \div q_1$	a	q_1	$Q_1 = q_1 + Q_0 = Q_1$
$R_1) b \div q_2$	b	q_2	$Q_2 = q_2 + Q_1 = Q_2$
$R_2) R_1 \div q_3$	R_1	q_3	$Q_3 = q_3 + m = Q_3$
$R_3, R_2 \div q_4$	R_2	q_4	$m q_4 + q = Q_4$
R_4	R_3	m	...
	R_4	q	...

Column I consists of the elements $a, b, R_1, R_2 \dots$ in order downwards.

.. II .. q_1, q_2, \dots and m & q ..

The number of elements is the same in column I & II.

.. III is obtained from column II operating upwards as indicated above.

Then it will be seen, that $b - Q_1 = m = Q_2$, so that a value of x is Q_1 and the corresponding value of y is Q_2 .

If $Q_2 > a$, then divide it by a and take the resulting remainder Q_1' as the required least value of x . In that case Q_2 will also be greater than b . Divide Q_2 also by b and take the resulting remainder Q_2' as the value of y . Care should be taken to see that the same multiple of b is subtracted from Q_2 as the multiple of a is subtracted from Q_1 .

Case II $a < b$.

From the order of the remainders as shown above it is clear that the greater of the two numbers a and b is the source from which the odd order remainders are produced. Similarly the smaller of the two numbers is that of all the even order remainders. So, whenever $a < b$, R_{2n} is a remainder of the division a . The eqn. $bx + ay = c$, reduces to the form $\frac{ay+c}{b} = x$. So, the value m guessed should be such that it satisfies the relation

$$R_{2n} \times m + q = R_{2n-1} q.$$

i.e. if 4 remainders are obtained, then

$$R_4 \times m + q = R_3 q.$$

The rest of the process is as in case I.

Now for the rationale of this process of finding the least values of x and y .

If $\frac{b}{a}$ (where $a > b$) is expressed as a continued fraction it will take the form:

$$\frac{1}{q_1 + \frac{1}{q_2 + \frac{1}{q_3 + \frac{1}{q_4 + \frac{R_5}{a}}}}}$$

Now, if m and q are known such that

$$R_4 = -a - R_5/q \quad \dots \quad (1)$$

$$\text{Then since } R_4 = R_5 - R_5/q_4 \quad \dots \quad (2)$$

We have from (1) & (2), $(R_5 - R_5/q_4) = -a - R_5/q$.

$$\text{i.e. } m R_5 - a = R_5 (mq_4 + q)$$

$$\text{But } mq_4 + q = Q_1,$$

$$\therefore m R_5 - a = R_5 Q_1 \quad \dots \quad (3)$$

$$\text{Again, } R_5 = R_1 - R_1/q_1 \quad \dots \quad (4)$$

$$\therefore \text{ from (3) \& (4), } m R_5 - a = (R_1 - R_1/q_1) Q_1$$

$$\text{i.e. } R_1 Q_1 + a = R_5 (m + q_1 Q_1)$$

$$= R_5 Q_2$$

$$R_5 Q_2 - a = R_1 Q_2 \quad \dots \quad (5)$$

Substituting in (5) the value $R_5 = a - R_1/q_1$.

$$Q_2 (a - R_1/q_1) - a = R_1 Q_2$$

$$\text{i.e. } a Q_2 - a = R_1 (q_1 Q_2 + Q_2)$$

$$= R_1 Q_3 \quad \dots \quad (6)$$

Substituting in (6) the value $R_1 = a - bq_1$.

$$a Q_2 - a = (a - bq_1) Q_3$$

$$\text{i.e. } a Q_2 + a = b (q_1 Q_2 + Q_3)$$

$$= b Q_4$$

$$b Q_4 - a = a Q_2 \quad \dots \quad (7)$$

It is thus proved that if m and q satisfy the relation

$$m R_5 - a = R_5 Q_1$$

then, m and Q_1 satisfy relation (3)

Hence, Q_2 and Q_3 \dots \dots (5)

$$Q_3 \text{ and } Q_4 \dots \dots (6)$$

and finally Q_1 and Q_2 \dots \dots (7)

Considering the table of division on page xlii. in another way, we have from the relation shown in the last column, $a - bq_1 = R_1$

$$\text{i.e. } bx_1 - ay_1 = -R_1 \quad \dots \quad (1) \quad \text{where } x_1 = q_1, \text{ and } y_1 = 1.$$

Now, $b - R_1/q_1 = R_2$

$$\text{i.e. } b + (bx_1 - ay_1)/q_1 = R_2$$

$$\text{i.e. } b (q_1 x_1 + 1) - ay_1 = R_2 \quad (\text{note } y_1 = 1)$$

$$\text{i.e. } bx_2 - ay_2 = R_2 \quad \dots \quad (2) \quad \text{where}$$

$$x_2 = q_2, x_1 + 1 \text{ and } y_2 = q_1.$$

Again, $R_2 q_2 - R_1 = -R_3$

Substituting the value of R_2 obtained in (2) and R_1 as obtained in (1)

$$(bx_2 - ay_2) q_2 + (bx_1 - ay_1) = -R_3$$

$$\text{i.e. } b(q_2 x_2 + x_1) - a(q_2 y_2 + y_1) = -R_3$$

$$\text{i.e. } bx_2 - ay_2 = -R_3 \quad \dots \quad (3)$$

where, $x_2 = q_2 x_1 + x_2$ and $y_2 = q_2 y_1 + y_1$.

Again, $R_3 - R_2 q_3 = R_4$

$$\text{i.e. } (bx_2 - ay_2) + q_3 (bx_1 - ay_1) = R_4$$

$$\text{i.e. } b(q_3 x_2 + x_1) - a(q_3 y_2 + y_1) = R_4$$

$$\text{i.e. } bx_3 - ay_3 = R_4 \quad \dots \quad (4)$$

where $x_3 = q_3 x_2 + x_2$ and $y_3 = q_3 y_2 + y_2$

and so on.

In general $bx_m - ay_m = R_m \quad \dots \quad (5)$

where, $x_{m+1} = q_{m+1} x_m + x_{m-1}$ and

$y_{m+1} = q_{m+1} y_m + y_{m-1}$

Since the remainders get successively smaller and smaller it would be possible to guess easily at some stage, such as R_3 and R_4 a value of m so that $\frac{R_1}{R_m} = \mp a = q$ (an integer) according as $a > b$ or $a < b$.

Thus if $m R_1 = \pm a R_m$ we have from (3) & (4)

$$m(bx_2 - ay_2) = \pm a(bx_3 - ay_3)$$

$$\text{i.e. } b(mx_2 + qx_3) - a(my_2 + qy_3) \quad (6)$$

It now remains to show that

$mx_2 + qx_3 = Q_1$ Q_1 and Q_2 are obtained by the process shown

and $my_2 + qy_3 = Q_2$ | in page xlv

A short process of getting the successive numbers x_1, x_2, x_3, \dots and y_1, y_2, y_3, \dots arranged in two columns side by side is shown below in tabular form.

I	II	III	IV	V
	Values of b in multiplying by		Values of a in multiplying a	Equations giving the value of a
1	1	0	0	$b \times 1 - a \times 0 = b$
q_1	$q_1 = x_1$	1	$1 = y_1$	$bx_1 - ay_1 = -R_1$
q_2	$x_1 q_2 + 1 = x_2$	q_2	$y_1 q_2 + y_2 = y_2$	$bx_2 - ay_2 = R_2$
q_3	$x_2 q_3 + x_1 = x_3$	q_3	$y_2 q_3 + y_1 = y_3$	$bx_3 - ay_3 = -R_3$
q_4	$x_3 q_4 + x_2 = x_4$	q_4	$y_3 q_4 + y_2 = y_4$	$bx_4 - ay_4 = R_4$

(Table-3)

Column I consists of the number 1 and the successive quotients q_1, q_2, \dots arranged downwards.

Column II Obtained from I by operations downwards as indicated therein,

- .. III Consists of a, b and the successive quotients (omitting q_1) arranged downwards.
- .. IV is Obtained from III by operations downwards as indicated.
- .. V Equations giving the value of c .

$$\begin{aligned}
 \text{Now, } mx_0 + qx_1 &= (q_2 x_2 + x_1) + q (q_3 x_3 + q_1) \\
 &= m [q_2 (x_2 q_3 + q_1) + q_1 q_3 + 1] + q [q_3 (q_2 q_3 + 1) + q_1] \\
 &= m [q_2 (q_2 q_3 q_3 + 1) + q_1] + q_1 q_3 + 1 + q (q_3 q_2 q_3 + q_3 + q_1) \\
 &= m [q_1 q_2 q_3 q_3 + q_2 q_3 + q_1 q_3 + q_1 q_3 + 1 + q q_3 q_3 q_2 + q q_3 + q q_1].
 \end{aligned}$$

Also, from page xii

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= q_1 Q_2 + Q_3 \\
 &= q_1 (q_2 Q_3 + Q_4) + Q_5 \\
 &= q_1 [q_2 (q_3 Q_4 + m) + Q_5] + q_5 Q_6 + m \\
 &= q_1 [q_2 (q_3 (q_4 m + q) + m) + (q_4 m + q)] + q_5 (q_4 m + q) + m \\
 &= q_1 [q_2 q_3 q_4 m + q_2 q_3 q_4 + q_2 m + q_4 m + q] + q_5 q_4 m + q_5 q + m \\
 &= m (q_1 q_2 q_3 q_4 + q_1 q_2 q_3 + q_1 q_4 + q_5 q_4 + 1) + \\
 &\quad q q_1 q_2 q_3 + q q_1 + q q_5
 \end{aligned}$$

This shows that

$$mx_0 + qx_1 \equiv Q_1. \text{ So, the values of } x \text{ \& } y$$

obtained by either of the foregoing processes will be the same.

It has already been shown that if $a > b$, $\frac{a}{b}$ when expressed as a continued fraction, will take the form, $\frac{1}{q_1 + \frac{1}{q_2 + \frac{1}{q_3 + \frac{1}{q_4 + \dots}}}}$

Now the part $\frac{1}{q_1}$ is called the 1st convergent $= \frac{p_1}{x_1}$

$$\text{2nd convergent} = \frac{1}{q_1} + \frac{1}{q_2} = \frac{q_2}{q_1 q_2 + 1} = \frac{p_2}{x_2}$$

$$\begin{aligned}
 \text{3rd} \quad &= \frac{1}{q_1} + \frac{1}{q_2 + \frac{1}{q_3}} = \frac{1}{q_1 + \frac{q_1}{q_2 q_3 + 1}} \\
 &= \frac{q_2 q_3 + 1}{q_1 (q_2 q_3 + 1) + q_1} \\
 &= \frac{q_2 p_2 + p_1 q_3}{q_2 x_2 + x_1} = \frac{p_3}{x_3}
 \end{aligned}$$

$$\text{Similarly } \frac{p_4}{x_4} = \frac{q_4 p_3 + p_2}{q_4 x_3 + x_2}$$

$$\text{Thus by induction, } \frac{p_n}{x_n} = \frac{q_n p_{n-1} + p_{n-2}}{q_n x_{n-1} + x_{n-2}}$$

It may now be observed that the values $p_1, p_2, p_3 \dots$ obtained on page XLVI are the same as the numerators of the successive convergents. Likewise, the values $x_1, x_2, x_3 \dots$ also tally with the denominators of the successive convergents.

Again, if $\frac{b}{a}$ is a proper fraction which is converted into a continued fraction of the form $\frac{1}{e_1 + \frac{1}{e_2 + \frac{1}{e_3 + \dots}}}$ and the successive convergents are $\frac{p_1}{x_1}, \frac{p_2}{x_2}, \frac{p_3}{x_3}, \dots$ etc.

$$\begin{aligned} \frac{b}{a} - \frac{p_1}{x_1} &= \frac{b}{a} - \frac{1}{e_1} = \frac{be_1 - a}{ae_1} = -\frac{R_1}{ax_1} & (\text{Column V Page XLVI}) \\ \frac{b}{a} - \frac{p_2}{x_2} &= \frac{be_2 - ap_1}{ax_2} = \frac{R_2}{ax_2} & \\ \frac{b}{a} - \frac{p_3}{x_3} &= \frac{be_3 - ap_2}{ax_3} = -\frac{R_3}{ax_3} & \\ \frac{b}{a} - \frac{p_4}{x_4} &= \frac{be_4 - ap_3}{ax_4} = \frac{R_4}{ax_4} & \end{aligned}$$

Thus we see that the successive convergents are alternately greater and less than the real fraction, the difference getting less and less with the successive convergents. The last convergent is of course equal to the fraction itself.

From the above equations it can also be deduced that

$$\frac{b}{a} - \frac{p_n}{x_n} = (-1)^n \cdot \frac{R_n}{ax_n}$$

$$\text{Hence } \frac{b}{a} = \frac{p_n}{x_n} + (-1)^n \frac{R_n}{ax_n}$$

Hence to multiply any number T by $\frac{b}{a}$ when both b and a are big numbers, it is enough if T is multiplied by any convergent $\frac{p_n}{x_n}$ of $\frac{b}{a}$ and then a correction applied to the result as shown by the formula

$$T \times \frac{b}{a} = T \times \frac{p_n}{x_n} + (-1)^n \cdot \left(\frac{T}{\frac{ax_n}{R_n}} \right)$$

(In cases where $T > a$ reduce T to $(T - Ka)$ where Ka is the highest multiple of a which can be subtracted from T)

The practical application of this formula occurs in finding the mean position of a planet. Suppose it is known that in a given number of days, say 210389, the sun performs 576 complete revolutions, and the position in T days is required. For this we have to multiply T by 576 and divide the product by 210389.

Now, if $576/210389$ is to be converted into a continued fraction we have to find the successive quotients of mutual division, thus:—

Suppose 4 quotients are found and
 then the remainder is 9. Then the continued
 fraction = $\frac{1}{266 + \frac{1}{9 + \frac{1}{6 + \frac{1}{20}}}}$

To find the 4th convergent.

$$365 = 27 \times 13 + 7 = 9862$$

$$3 \quad 3 \times 7 + 6 = 27$$

$$1 \quad 1 \times 6 + 1 = 7$$

$$6$$

$$1$$

Hence the 4th convergent is $\frac{27}{9862}$

and the corresponding remainder is + 9

$$\text{Hence } \frac{576}{210389} = \frac{27}{9862} + \frac{9}{210389 \times 9862}$$

$$\frac{5767}{210389} = \frac{277}{9862} + \frac{97}{210389 \times 9862}$$

The integral part of $277/9862$ being the number of complete revolutions can be neglected and the fractional part alone retained to find the mean position. This fractional part can be converted into *signs, degrees and minutes*. The correction in *minutes* to the fractional part is

$$\frac{97 \times 21600}{210389 \times 9862}$$

$$\text{Now, } \frac{210389 \times 9862}{9 \times 21600} = 10673 + \frac{25118}{9 \times 21600}$$

$$\text{Hence, } \frac{97 \times 21600}{210389 \times 9862} = \frac{10673}{9 \times 21600} + \frac{25118}{9 \times 21600}$$

$$\text{But, since } \frac{b}{a+x} = \frac{b}{a} - \frac{b}{a} \times \frac{x}{(a+x)}$$

$$\begin{aligned} \frac{10673 + 25118}{9 \times 21600} &= \frac{10673}{10673} - \frac{10673}{10673} \times \frac{25118}{9 \times 21600} \\ &= \frac{10673}{10673} - \frac{10673}{10673} \times \frac{25118}{9 \times 21600 \times 10673 + 25118} \\ &= \frac{10673}{10673} - \frac{10673}{10673} \times \frac{1}{210389 \times 9862} \\ &= \frac{10673}{10673} - \frac{10673}{281638336} \end{aligned}$$

Here, both these are obtained as *minutes*.

The above discussion has indicated to some extent the intimate relation between Kuttākāram 'Rule of Three' (Indeterminate Equations), and 'Continued Fractions'. We thus derive the following rule for finding the values of x and y , so that $bx - ay = c$ where a , b and c are integers and x and y are also integers.

First convert $\frac{c}{a}$ into the form of a continued fraction, taking an even number of quotients and the corresponding remainders in the division. From the last pair of remainders guess the values m and q such that

$$R_n \times m - c = R_{n-1} \times q$$

Then find the last convergent of the continued fraction

$$\frac{1}{q_1 + \frac{1}{q_2 + \frac{1}{q_3 + \frac{1}{q_4 + \dots + \frac{1}{m} + \frac{1}{b}}}}}$$

The numerator of this convergent will be a value of y and the denominator the corresponding value of x . If the values of y and x thus found are greater than b and a respectively subtract from them equal multiples of b and a and take the remainders y' and x' as the values of y and x .

The process of reducing the values of x and y to the lowest is known as "Takshevanam" which is explained later. That x and y' satisfy the equation can be seen easily.

Let $x > a$ and $x = (x' + K_a)$ K being an integer

and $y > b$ and $y = (y' + K_b)$

Then, $bx - ay = c$, becomes

$$b(x' + K_a) - a(y' + K_b) = c$$

$$\text{i.e. } bx' - ay = c$$

The operations which are done in a simplified form are known as 'Vaidyapaseambāram'. Viz the operations shown in column III, page XLV and column II and IV page XLV, according to the same view.

Some variations in guessing the values 'm' and 'q'

- I. a is to be added to bx . i.e. $bx - ay = -c$ —
 m and q should satisfy the relation.
 $R_{2n} \times m + c = R_{2n-1} \times q$.
- II. An odd order of remainder is taken —
 m and q should satisfy
 $R_{2n+1} \times m + c = R_{2n} \times q$ If a is to be subtracted from bx
and $R_{2n+1} \times m - c = R_{2n} \times q$ if a is added to bx
- III. Sometimes it may so happen, that it is not possible to guess easily m & q . Then continue mutual division till the remainder is 1.
Then $m=c$ and $q=0$.

(a) If unit is a remainder of the divisor a , and c is negative, or if unit is a remainder of the multiplier b of x , and c is positive, the values of x and y obtained should be subtracted from a & b respectively

(b) Consider a to be unity find the values of x and y as described above taking into consideration the sign of c . Then multiply the values so obtained by the actual value of a . These will be values of x & y . If they exceed a and b reduce them to their lowest value by subtracting equal multiples of a and b .

IV In case $b > a$, the above rules have to be reversed.

Some interesting relations:—(dealt with in Vaktibhāṣa)

The following tabular arrangements of all the foregoing results is a good device of getting some interesting relations in quite a mechanical manner

I	II	III	I	III
a	q_1	$Q_1 + q_1 + Q_2 = Q_1$	a	Q_1
b	q_2	$Q_2 + q_2 + Q_3 = Q_2$	b	Q_2
R_1	q_3	$Q_3 + q_3 + m = Q_3$	R_1	Q_3
R_2	q_4	$m + q_4 + q = Q_4$	R_2	Q_4
R_3	m	m	R_3	m
R_4	q	q	R_4	q

$$\begin{aligned}
 m R_4 - q R_3 &= m & \dots & \dots & (1) \\
 m R_2 - Q_4 R_3 &= m & \dots & \dots & (2) \\
 Q_3 R_2 + Q_4 R_1 &= m & \dots & \dots & (3) \\
 Q_3 b - Q_2 R_1 &= m & \dots & \dots & (4) \\
 Q_1 b - Q_2 a &= m & \dots & \dots & (5)
 \end{aligned}$$

Again, if column IV is obtained from I and III by subtraction,

$$R_4 (R_3 - m) - R_3 (R_4 - q) \quad R_3 q - R_4 m = m$$

I	III	IV
a	Q_1	$a - Q_1 = a_1$
b	Q_2	$b - Q_2 = b_1$
R_1	Q_3	$R_1 - Q_3 = r_1$
R_2	Q_4	$R_2 - Q_4 = r_2$
R_3	m	$R_3 - m = r_3$
R_4	q	$R_4 - q = r_4$

$$\begin{aligned}
 r_4 &= r_3 R_1 - r_2 R_2 = a & (6) \\
 \text{Similarly } r_2 R_2 &- r_1 R_3 = a & (7) \\
 r_1 R_3 - r_4 R_4 &= a & (8) \\
 r_1 b - r_2 R_1 &= m & (9) \\
 b a_1 - a b_1 &= m & (10)
 \end{aligned}$$

Again, arranging the remainders and quotients in another way,

I	V	VI	VII	Value of 'y'
a				
b	1		0	
R ₁	q ₁	q ₁ = x ₁	1	1 = y ₁
R ₂	q ₂	q ₂ q ₁ + 1 = x ₂	q ₂	q ₂ y ₁ = y ₂
R ₃	q ₃	q ₃ x ₂ + x ₁ = x ₃	q ₃	q ₃ y ₂ + y ₁ = y ₃
R ₄	q ₄	q ₄ x ₃ + x ₂ = x ₄	q ₄	q ₄ y ₃ + y ₂ = y ₄

$$bx_1 - ay_1 = R_1 \quad (11) \quad bx_2 - ay_2 = R_2 \quad (12)$$

$$bx_3 - ay_3 = R_3 \quad (13) \quad bx_4 - ay_4 = R_4 \quad (14)$$

Hence if any number K can be represented as $aR_4 - qR_3$, then

$$= a(bx_4 - ay_4) + q(bx_3 - ay_3) = b(ax_4 + qx_3) - a(qy_4 + ay_3) = K$$

Also, if K can be expressed as $pR_2 + qR_1$,

$$\text{then } K = p(qx_2 - ay_2) + q(bx_1 - ay_1)$$

$$= b(px_2 + qx_1) - a(py_2 + qy_1); \text{ and so on.}$$

Now, for a concrete example:—

Suppose in a certain instance of mutual deletion between $a=121$ and $b=84$, and their remainders, the division is carried on till the last remainder is 1

				Arrange the columns as shown below and perform the "upasamharan" upwards.		
	b	a		I	II	III
121	84	13	1			
1	10	27	2			
	3	7	2			
		1				
				Then,		
121	1	25 × 1 + 11 = 36		3 × 0	1 × 1 = -1	
84	2	11 × 2 + 3 = 25		3 × 2	7 × 1 = 1	
				10 × 2	7 × 3 = -1	
37	3	3 × 3 + 3 = 11		10 × 11	37 × 3 = -1	
				84 × 11	37 × 25 = -1	
10	1	2 × 1 + 1 = 3		84 × 36	121 × 25 = -1	
7	2	1 × 2 + 0 = 2				
3	1					
1	0					

Column III is obtained from column II, and column I consists of the numbers, a, b, and the remainders up to 1, in succession down wards. Now, suppose in column II the last remainder 1 alone is multiplied by any number, say 3—the value of c—and the "upasamharan" is done

with the new column IV. Then column V will be obtained in which the elements are each thrice the elements of column III. Column VI is the difference between columns I and V.

I	IV	V	VI
121	1	108	13
84	2	75	9
57	3	54	4
10	4	36	1
7	5	27	1
3	6	18	0
1	7	9	0

Then, from I and V

$$\begin{aligned} 3 \times 0 - 3 \times 1 &= -3 \\ 3 \times 6 - 3 \times 7 &= -3 \\ 6 \times 10 - 7 \times 9 &= -3 \\ 33 \times 16 - 9 \times 32 &= -3 \\ 33 \times 84 - 37 \times 75 &= -3 \\ 108 \times 84 - 75 \times 121 &= -3. \end{aligned}$$

Also, from I and VI

$$\begin{aligned} 1 \times 10 - 1 \times 7 &= 3 \\ 4 \times 10 - 1 \times 37 &= 3 \\ 4 \times 84 - 37 \times 9 &= 3 \\ 13 \times 84 - 9 \times 121 &= 3. \end{aligned}$$

Thus we get the following rule to be followed when the mutual division is carried on till the last remainder is 1 —

Arrange the quotients in order downwards and below them the required numerical value of a and below it b . Then perform the *upwardism* upwards to this column, and get a fresh column. The two topmost elements of this column will be the values of x and y . Observe the rule III (a)—page 21.

Example $a = 210389$, $b = 576$, $c = 5$

	b	a		I	II	III
3	576	210389	385	210389	385	473010
6	129	149	1	576	3	1295
4	9	20	2	149	1	335
	1	3		129	0	290
				20	3	45
				9	4	30
				3	5	5
				1	0	0

$$\begin{aligned} 2 \times 0 - 1 \times 5 &= -5 \\ 2 \times 20 - 9 \times 5 &= -5 \\ 20 \times 20 - 9 \times 45 &= -5 \\ 20 \times 290 - 129 \times 45 &= -5 \\ 149 \times 290 - 129 \times 335 &= -5 \\ 149 \times 1295 - 576 \times 335 &= -5 \\ 210389 \times 1295 - 576 \times 473010 &= -5 \end{aligned}$$

$$\text{i.e. } 576 \times 473010 - 5 = 210389 \times 1295$$

The value of x , 473010 is greater than 210389 and we are in search of the unique value of x , below 210389. Hence take only the remainder after dividing 473010 by 210389. This is 52232 — (473010 — $2 \times 210389 = 52232$) —. Similarly subtract 2×576 from 1295. We get 143. This is the value of y corresponding to 52232, the value of x .

$$576 (2 \times 210389 + 52232) - 5 = 210389 (2 \times 576 + 143)$$

$$\text{i.e. } 576 \times 52232 = 210389 \times 143$$

Now, if c is -5 instead of 5, the value of x is 158157, i.e. (210389 — 52232) and that of y is 433 (i.e. (576 — 143)).

These numbers could have been obtained direct if in the course of the "upastambhāram" itself, the element 20 of column III which first exceeded the corresponding element 9 of column I had been then and there reduced by subtracting 9 twice, and recording on it the remainder 2.

I Remainder	II Quotients	III	IV
210389	363		$143 \times 905 + 37 = 52732$
576	3		$37 \times 3 + 32 = 143$
149	1		$32 \times 1 + 5 = 37$
129	4		$5 \times 8 + 2 = 32$
$20 = (5 \times 4 + 0)$	3		$2 \times 3 + 1 = 5$
9	4	20	$20 - 2 \times 9 = 2$
2	5	5	$5 - 1 \times 2 = 3$
1	0	0	

The process of reducing elements to their lowest value is known as "Taksbanam". This may be done either at the end or even during upastambhāram. This may be defined thus: — If a set of values of x and y are obtained which satisfy the equation, $ax + by = c$ and if such values exceed the values of a and b respectively, so that

$$x = na + r_1 \text{ and } y = mb + r_2, \text{ then}$$

$$b(na + r_1) + a(mb + r_2) = c$$

$$\text{i.e., } br_1 + ar_2 = c$$

Reducing the values to r_1 and r_2 is called Taksbanam

It was stated and proved before that in the equation $Bx + Ay = 1C$, C must contain the common factor of A & B , but it is not necessary that A should contain the common factor of B and C , or that B should contain the common factor of A & C .

This will be evident from the following problem.

Solve: — $100x + 90 = 63y$

H. C. F. of 90 and 63 is 9. Dividing 90 and 63 alone by 9, make another eqn., $100x + 10 = 7y$

(Vali.)					Mutual division			
100	14			30	3	7	100	14
7	3	...	30	...		1	1	2
2	19	...	10	...				
1	0							
$100 \times 3 + 10 = 7 \times 30$								
$100 \times 19 + 90 = 63 \times 30$								
$x = 19 \quad y = 30$								

So, x is obtained by multiplying 2 by the H. C. F. 9.

Again, 10 is a common factor of 100 and 90. Dividing 100 & 90 each by 10 and make another eqn, $10x + 9 = 63y$.

63	...	9	45	3	10	43	9
10	...	3	...	27	...	1	1	3	
3	...	0	...	0	...				
1	...	0							

Here the div. for 63 is greater than the multiplier of x , in mutual division the remainder 1 comes in the column of the multiplier of x , but 0 is to be added. So, the values obtained have to be subtracted from 43 and 10. (See page 2 - Rule II).

Hence $y = 10 - 7 = 3, \quad x = 43 - 45 = 19$.

$$10 \times 19 + 9 = 3 \times 63$$

$$\therefore 100 \times 19 + 90 = 30 \times 63$$

$$x = 19 \text{ and } y = 30$$

The same values can also be obtained without dividing by the H. C. F. thus. —

100	1			90 = y					
63	1			16 = x					
37	1			66	12				
28	2			58	8				
11	2	270		28					
4	1	90		3					
3	0	90							
1	0	0							

The problems so far discussed are known as *Niragra-Kuttābhāram* so called because $(ax \pm c)$ when divided by a leaves no remainder. There are also problems known as *Sāgra-Kuttābhāram* wherein the quest is for a number which leaves two different remainders when divided separately by two different numbers.

For example find that number K which when divided by p leaves p remainder R and when divided by p_1 leaves a remainder R_1 . Here let $R > R_1$.

$$\text{Then } K = pq + R$$

$$\text{and } K = p_1 q_1 + R_1 \text{ where } q \text{ and } q_1 \text{ are the quotients,}$$

$$p_1 q_1 - (R - R_1) = pq. \quad \dots \quad (1)$$

Since p, p_1 and R, R_1 are known, this reduces to the form
 $bx = cy$ where

$$\begin{aligned} b &= p_1 \\ x &= q_1 \\ c &= (R - R_1), \\ y &= q. \end{aligned}$$

Hence q and q_1 can be found easily and thence K also. Specimens of more advanced problems of this type are indicated below.

Problem 7 Find a number which when multiplied by 27 and divided by 9862 leaves a remainder 8, and which when multiplied by 600 and divided by 16393 leaves a remainder 3.

First find a and b which satisfy the two equations.

$$27a = 9862m_1 + 8 \quad \dots \quad (1)$$

$$600b = 16393n_1 + 3 \quad \dots \quad (2)$$

Then find a number K so that

$$K = 9862m_1 + 8 \quad \dots \quad (3)$$

$$\text{and } K = 16393n_1 + 3 \quad \dots \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{Then } 27K &= 27 \times 9862m_1 + 27 \times 8 \\ &= 27 \times 9862m_1 + 9862m_1 + 8 \\ &= 9862(27m_1 + m_1) + 8 \end{aligned}$$

$$\text{and } 600K = 600 \times 16393n_1 + 600 \times 3.$$

The K so found will be the required number, for

$$\begin{array}{l} 27K \\ 9862 \end{array} \text{ leaves the remainder 8 and } \begin{array}{l} 600K \\ 16393 \end{array} \text{ leaves the remainder 3.}$$

From (3) and (4)

$$9862m_1 + (a - 8) = 16393n_1. \quad \dots \quad (5)$$

From this m_1 and n_1 can be found. Find a, m, b and n from equations (1) and (2).

Step—L To find ' a ' and ' m ' from (1)

9862	365	1826	9862 - 1826 = 8036	1	27	9862	365
27	8	8	27 - 8 = 23	0	7	1	
7	1	8	1		1		
6	8	8	2				
1	0						

Since unit occurs in the divisor column, 1826 and 8 should be subtracted from 9862 and 27 respectively

$$\text{So, } a = 8036 \text{ and } m = 23.$$

Step II. To find 'b' and 'a' from (2).

16393	27	$3607 \times 3 = 11721 = b$	3	600	16393	27
600	3	$143 \times 3 = 429 = a$	6	21	193	9
193	0	46		1	4	
21	6	5	$b = 11721$			
4	1	1	$a = 429$			
1	0	$(b \ a) = 11721 \ 429 = 3685$				

The values are multiplied by 3, since $c=3$. See page 1.1

To find m_1 and m_1' from the equation

$$16393 m_1 - 3685 = 9882 m_1' \quad (6)$$

1	876	m_1'	1	9882	16393	1
1	527	m_1'		6531	9882	
1	349		1	3331	6531	1
1	178			3200	3331	
24	171		2	131	3200	24
2	7			12	144	
2	3		1	19	66	2
1	1			18	39	
1				1	18	
0						

Note the last remainder is unity. But a is 3685. So the values of m_1 and m_1' should be multiplied by 3685.

$$\text{Now, } 876 \times 3685 = 3228090$$

$$\text{and } 527 \times 3685 = 1941995.$$

$$\text{Abrading the values, } m_1 = 3228090 - 194 \times 16393 \\ = 15082$$

$$m_1' = 1941995 - 194 \times 9882 \\ = 9043.$$

$$K = (16393 m_1 + b) \text{ or } (9882 m_1' + a) \\ = 16393 \times 9043 + 11721 = 148253620$$

If during Vallyupannam itself the device shown below had been employed for the proposed remainder 3685, the values of m_1 and m_1' could have been obtained more easily without making figures unnecessarily too large. The device is termed 'Tukashanam' as has already been referred to.

Artifices to be employed in 'Vallyupannam'

Arrange all the quotients in order downwards with the last desired remainder at the bottom with 0 below it. Arrange also the two given numbers and the successive remainders downwards in a parallel column. The two columns will contain the same number of elements.

The results of *Uphasankaram* are to be recorded in a third column upwards. If during this operation, at any stage any element in the new column is found to exceed the corresponding element of the 'Remainder' column reduce this element at once to the remainder obtained by dividing it by that element in the 'Remainder' column against it. At the same time reduce the previous element below it in the new column, by just as many times the corresponding remainder and then continue the *Uphasankaram* upwards.

Example $a = 18393$, $b = 9681$, $c = 3685$

Remainder	Quot.	Results of <i>Uphasankaram</i> (11)		
I	II	(1)	(2)	(3)
18393	1			18032
9681	1			9043
4841	1			5089
3331	1			3054
3200	24			2935
181	2		812	812 - 2 × 121 = 119
58	2		247	247 - 2 × 58 = 79
19	1	3685	3685 - 19 × 193 = 12	
18	3685	3685	3685 - 18 × 193 = 211	
1	0			

Thus we get, $9681 \times 18032 - 18393 \times 9043 = 3685$

Problem II Find that number which when multiplied by 7 and divided by 982 leaves the remainder 4, and which when multiplied by 11 and divided by 2023 leaves the remainder 8.

$$7a = 982m + 4 \quad \dots \quad (1)$$

$$11b = 2023n + 8 \quad \dots \quad (2)$$

$$\text{Number } K = (982m_1 + a) \text{ or } (2023n_1 + b) \quad (3)$$

$$\text{i.e. } 982m_1 = 2023n_1 + (b - a)$$

I To find 'a' and 'm'

982	140	702 = (a)		7	982	140
7	3	12	5 = (m)	7	982	140
2	4	4	2	7	982	140
1	0			7	982	140

II To find 'b' and 'n'

2023	188	1104 = (b)	1	11	2023	188
11	1	8 = (n)		11	2023	188
10	6			11	2023	188
1	0			11	2023	188

$$b - a = 402$$

$$\text{III } 982 m_1 - 402 = 2023 n_1$$

$$\begin{array}{r} 2023 \quad 2 \\ 982 \quad 16 \\ 88 \quad 1 \\ 38 \quad 1 \\ 21 \quad 1 \\ 17 \quad 4 \\ 4 \quad 402 \\ 1 \quad 0 \end{array}$$

$$775 = m_1$$

$$376 = m_1$$

$$23$$

$$48 - 1 \times 38 = 8$$

$$38 - 1 \times 21 = 15$$

$$17 \quad 4 \quad 1608 - 12 \times 94 = 10$$

$$4 \quad 402 \quad 402 - 4 \times 94 = 38$$

$$1 \quad 0$$

$$\therefore \text{Number} = 982 \times 775 + 702 = 781752$$

$$\text{Verification: } \frac{K \times 7}{982} = \frac{982 \times 775 \times 7}{982} + \frac{702 \times 7}{982}$$

$$= 775 \times 7 + 5 + \text{Remainder } 4.$$

$$\frac{K \times 11}{2023} = \frac{2023 \times 376 \times 11}{2023} + \frac{1104 \times 11}{2023}$$

$$= 376 \times 11 + 6 + \text{Remainder } 6$$

$$\begin{array}{r} 18 \mid 982 \mid 2023 \mid \\ 1 \mid 38 \mid 58 \mid 2 \\ 4 \mid 17 \mid 31 \mid 1 \\ \quad 1 \mid 4 \mid 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 982 \mid 4914 \mid 5 \\ 4910 \\ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2023 \mid 12144 \mid 6 \\ 12138 \\ 6 \end{array}$$

Problem III. Find the number which when multiplied by 17 and divided by 123 leaves the remainder 5 and which when multiplied by 13 and divided by 982 leaves the remainder 7.

$$17 a = 123 m + 5 \quad \dots \quad (1)$$

$$13 b = 982 n + 7 \quad \dots \quad (2)$$

$$K = (982 m_1 + b) \text{ or } (123 m_2 + a) \quad \dots$$

$$\therefore 982 m_1 - 123 m_2 = (a - b) \quad \dots \quad (3)$$

Step I

$$\begin{array}{r} 123 \quad 2 \\ 17 \quad 4 \\ 4 \quad 5 \\ 1 \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} = 22 = a \\ 20 - 17 = 3 = m \\ 5 - 4 = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \mid 17 \mid 123 \mid 2 \\ \quad 1 \mid 4 \mid \end{array}$$

Step II

$$\begin{array}{r} 982 \quad 73 \\ 13 \quad 8 \\ 4 \quad 7 \\ 1 \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 587 = (b) \\ 21 - 13 = 8 = (n) \\ 7 - 4 = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \mid 13 \mid 982 \mid 73 \\ \quad 1 \mid 4 \mid \end{array}$$

$$123 m_1 - 982 n_1 = 587 - 22 = 565$$

$$b - a = 587 - 22 = 565$$

Step III

$$\begin{array}{r} 982 \quad 7 \\ 123 \quad 1 \\ 92 \quad 2 \\ 81 \quad 1 \\ 30 \quad 565 \\ 1 \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 361 = m_1 \\ 48 = n_1 \\ 39 \\ 565 - 18 \times 31 = 7 \\ 565 - 18 \times 40 = 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \mid 123 \mid 982 \mid 7 \\ 1 \mid 31 \mid 92 \mid 2 \\ \quad 1 \mid 30 \mid \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore K &= (853 m_1 + b) \text{ or } (123 m_1 + a) \\
 &= (853 \times 46 + 682) \text{ or } (123 \times 391 + 22) \\
 &= \underline{44425}
 \end{aligned}$$

Problem IV. Find the number which when multiplied by 25 and divided by 12347 leaves the remainder 9 and which when multiplied by 150 and divided by 4999 leaves the remainder, 5.

$$25 a = 12347 m_1 + 9 \quad \dots \quad (1)$$

$$150 b = 4999 n_1 + 5 \quad \dots \quad (2)$$

$$K = (12347 m_1 + a) \text{ or } (4999 n_1 + b),$$

$$\therefore 12347 m_1 = 4999 n_1 + (b - a) \quad \dots \quad (3)$$

Step I

12347	556	4295 = a	1	25	12347	556
23	1	6	1	4	19	4
19	4	7		1	3	
4	1	9 - 2 \times 4 = 1	a = 4295			
8	9	9 - 2 \times 3 = 3				
9	0					

Step II

4999	33	3166 = b'	3	150	4999	33
150	3	96 = a'		3	49	16
49	16	96 - 49 = 31			1	
3	5	6 - 3 = 3				
1	0					

Since 3166 comes under the divisor, b' and a' should be subtracted,

$$\therefore b = 4999 - 3166 = \underline{1833}$$

$$(a - b) = 4295 - 1833 = \underline{2462}.$$

$$\therefore 4999 n_1 - 2462 = 12347 m_1 \quad \dots \quad (3)$$

Mutual division

	2	4999	12347	2
	1	301	2349	7
	9	59	242	4
		5	6	1
			1	

12347	2		1805	= m ₁
4999	3		731	= m ₁
2349	7		243	
301	1		45	
242	4	1722 - 7 \times 242	28	
59	9	430 - 7 \times 59	17	
6	1	2		
5	2462	2462 - 5 \times 410	412	
1	0			

$$m_1 = 4999 - 731 = 4268; n_1 = 12347 - 1805 = 10542$$

$$\therefore K = \frac{4999 \times 10542 + 1833}{12347 \times 4268 + 4295} = \underline{\underline{5,27,01,291}}$$

To test whether this is the least value:—

Since an odd order of quotients are taken,

$$1805 \times 4999 + 2463 = 731 \times 12347 \quad \dots \quad (1)$$

$$12347 \times 4999 = 4999 \times 12347 \quad \dots \quad (2)$$

$$(2) - (1) = 4999 \times 10542 - 2463 = 12347 \times 4268$$

$$\therefore 4999 \times 10542 - 2463 + 4295 = 12347 \times 4268 + 4295$$

$$\text{i.e. } 4999 \times 10542 + 1833 = 12347 \times 4268 + 4295 = K.$$

$$\begin{aligned} 23 K &= 12347 \times 4268 \times 23 + 23 \times 4295 \\ &= 12347 \times 4268 \times 23 + 12347 \times 8 + 9 \\ &= 12347 \left(\frac{4268 \times 23 + 8}{12347} + \frac{9}{12347} \right) \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{23K}{12347} = \text{Integer} + \text{remainder } 9.$$

$$\text{Similarly } \frac{180 K}{4999} = 180 \times 10542 + 65 = \frac{8}{4999}$$

Hence, this is the least value.

